

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**И**

**ИНЖЕНЕРНАЯ**

**И**

**МАШИННАЯ**

**Г**

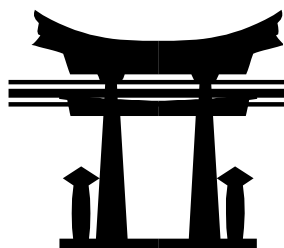
**ГРАФИКА**



# **КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**

**(лекция 7)**

**для спец. 1-25 01 07, 1- 26 02 03**



**МИНСК 2014**

## Лекция 7. Аксонометрические проекции.

Изображение предметов в ортогональных проекциях наряду со многими достоинствами (простотой получения чертежей, удобоизмеряемостью и т.д.) имеют существенный недостаток. Они не дают полной наглядности, т.к. каждая проекция содержит два измерения. В том случае, когда необходимо иметь одно изображение предмета, которое одновременно было бы обратимым и наглядным, выполняют его **аксонометрическую проекцию** или, сокращенно, **аксонометрию**. Слово аксонометрия в переводе с древнегреческого языка означает осеизмерение.

Аксонометрическую проекцию предмета получают (рис. 7.1), если предмет проецируют на некоторую плоскость проекций, называемую плоскость аксонометрических проекций, вместе с системой прямоугольных координат **OXYZ**, к которой данный предмет отнесен.

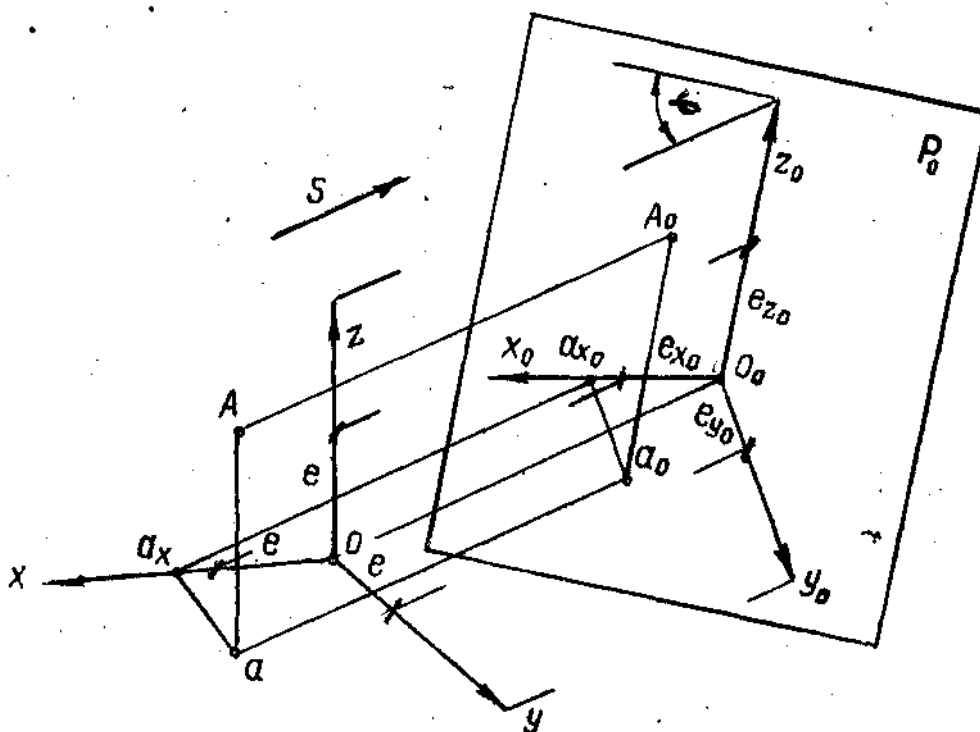


Рис.7.1

Систему прямоугольных координат называют натуральной системой координат.

**P** – аксонометрическая плоскость;

**A<sub>0</sub>** – аксонометрическая проекция точки A;

**S** – направление проецирования;

**a<sub>0</sub>** – вторичная проекция точки A;

**a** – первичная проекция точки A;

**O<sub>0</sub>X<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>Z<sub>0</sub>** – аксонометрическая система координат;

**φ** – угол проецирования.

Отложим на осях X,Y,Z от начала координат равные отрезки (e). Величину e принимаем за единицу длины, называемой **натуральным масштабом**. Проекции **e<sub>x0</sub>, e<sub>y0</sub>, e<sub>z0</sub>** натурального масштаба e называют аксонометрическим масштабом.

Аксонметрические масштабные единицы  $e_{x0}$ ,  $e_{y0}$ ,  $e_{z0}$  могут быть равными или различными для каждой оси. Как правило они отличны от единиц натурального масштаба. Это значит, что размеры предмета в аксонметрической проекции в общем случае искажаются по всем трем осям.

Степень искажения по той или иной аксонметрической оси характеризуется коэффициентом искажения.

**Коэффициентом или показателем искажения** называется отношение длины аксонметрической проекции отрезка к его натуральной длине, что равноценно отношению аксонметрических масштабов к натуральным.

Если коэффициенты искажения по осям обозначить буквами **k**, **m**, **n**, то:

$$k = \frac{e_{x0}}{e}; m = \frac{e_{y0}}{e}; n = \frac{e_{z0}}{e}$$

В зависимости от величин коэффициентов искажения аксонметрические проекции делят на:

- **триметрические**, когда  $m \neq n \neq k$ ;
- **диметрические**, когда  $k = m \neq n$ ;
- **изометрические**, когда  $k = m = n$ .

В зависимости от угла наклона проецирующих лучей и плоскости проекций аксонметрические проекции делят на:

- **косоугольные**, когда  $\varphi \neq 90^0$ ;
- **прямоугольные**, когда  $\varphi = 90^0$ .

В общем случае в косоугольных аксонметрических проекциях аксонметрические оси и аксонметрические масштабы на них могут быть выбраны произвольно. Основанием этому служит доказанная немецким ученым **Польке** (1810-1876) теорема о том, что **любые три отрезка произвольной длины, лежащие в одной плоскости и выходящие из одной точки плоскости под произвольными углами, представляют собой параллельную проекцию трех равных отрезков, отложенных на прямоугольных осях координат от их начала.**

В косоугольной аксонметрии между коэффициентами искажения  $k$ ,  $m$ ,  $n$  и углом  $\varphi$  существует следующая зависимость:

$$k^2 + m^2 + n^2 = 2 + \text{ctg } \varphi^2$$

В прямоугольных аксонметрических проекциях, когда угол  $\varphi$  равен  $90^0$  ( $\text{ctg } 90^0 = 0$ ), то

$$k^2 + m^2 + n^2 = 2$$

Стандартные аксонметрические проекции (ГОСТ 2.317 – 69)  
прямоугольные проекции:

- изометрическая;
- диметрическая.

косоугольные проекции:

- фронтальная изометрическая;
- горизонтальная изометрическая;
- фронтальная диметрическая.

## 7.1. Прямоугольная изометрическая проекция.

В изометрической проекции все коэффициенты равны между собой.

$$k = m = n; k^2 + m^2 + n^2 = 2$$

$$3k^2 = 2$$

$$k = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,82$$

АксонOMETрические оси в изометрии расположены под углом  $120^\circ$  друг к другу, причем ось **OZ** располагается всегда вертикально.

Т.к.  $k = m = n = 0,82$ , то при построении изометрической проекции размеры предмета, откладываемые по аксонOMETрическим осям, умножаются на 0,82. Такой перерасчет размеров неудобен. Поэтому изометрическую проекцию для упрощения выполняют без уменьшения размеров (искажения) по осям X, Y, Z, т.е. коэффициент искажения принимают равным 1. Изображение при этом получается увеличенным в  $1: 0,82 = 1,22$  раза (22%). Расположение осей в изометрии показано на рис. 7.2. Графическое построение расположения осей в изометрии приведено на рис. 7.3.

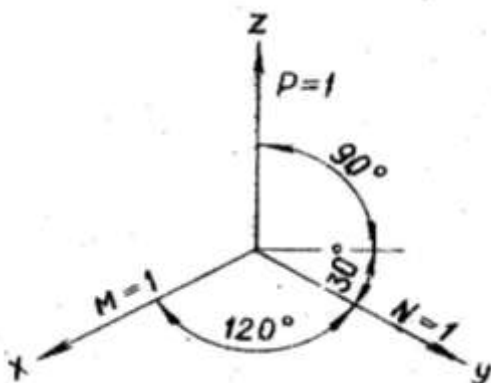


Рис. 8.2.

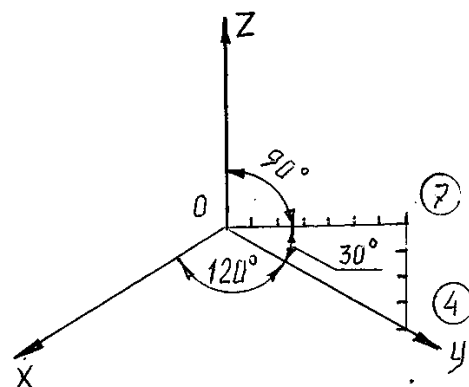


Рис. 8.3.

## 7.2. АксонOMETрическое изображение окружности (изометрия).

Окружности в аксонOMETрии изображаются в виде эллипсов, построение которых упрощается, если определены их оси.

В прямоугольной изометрии координатные плоскости **XOZ**, **XOY**, **YOZ** равно наклонены к плоскости аксонOMETрических проекций, поэтому эллипсы, являющиеся проекциями окружностей, расположены в координатных плоскостях или плоскостям, им параллельных, будут тоже одинаковыми.

Большую ось эллипса проекции окружности обозначим – **a**, малую – **b**. Большая ось эллипса всегда равна диаметру окружности – **d**. Малую ось вычислим по формуле:

$$b = d \cdot \sqrt{1 - k^2} = d \cdot \sqrt{1 - 0,82^2} \approx 0,58 \cdot d$$

Если действительные коэффициенты искажения заменить приведенными, то большая ось эллипса будет равна  $1,22 d$ , малая –  $0,58d \cdot 1,22 = 0,71d$ . Проекции окружности на координатные плоскости  $XOY$ ,  $XOZ$ ,  $ZOY$  приведены на рис. 7.4.

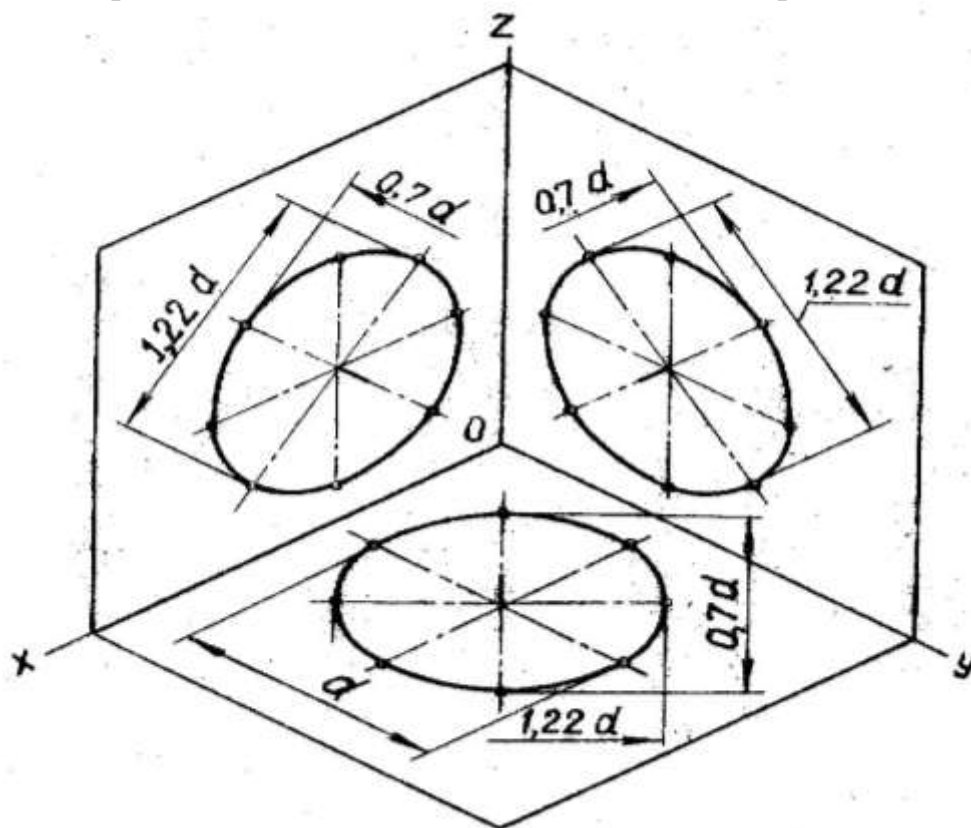


Рис. 7.4.

### 7.3. Прямоугольная диметрическая проекция.

АксонOMETрическая проекция, у которой два коэффициента искажения равны между собой диметрической.

$$k = n; m = \frac{1}{2} k;$$

$$2k^2 + \frac{1}{4} k^2 = 2; k = \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,94; m \approx 0,47$$

На практике чаще всего пользуются не действительными коэффициентами искажения, а приведенными, когда коэффициент искажения 0,47 заменяют на 0,5. В этом случае изображение получают увеличенным в  $1: 0,94 = 1,06$  раза или на 6%.

Расположение аксонOMETрических осей в прямоугольной диметрии приведено на рис.7.5. Графическое построение расположения аксонOMETрических осей показано на рис. 7.6. В прямоугольной диметрии плоскость аксонOMETрических проекций равно наклонена к двум координатным плоскостям, поэтому окружности, расположенные в двух координатных плоскостях  $ZOY$  и  $XOY$  (рис.7.7) дадут в аксонOMETрической проекции одинаковые эллипсы. Большая ось  $AB = 1,06d$ , малая ось  $CD = 0,35d$ . В плоскости  $xOz$  большая ось  $AB = 1,06d$ , а малая ось  $CD = 0,95d$ .

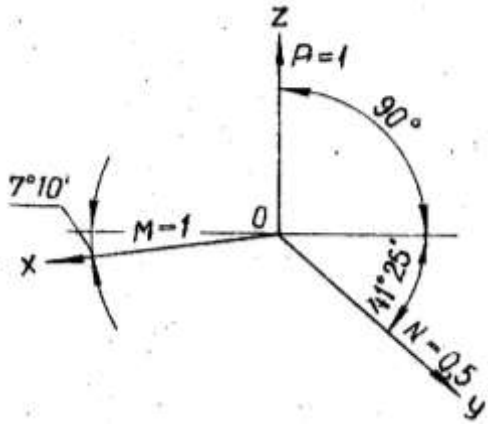


Рис. 7.5.

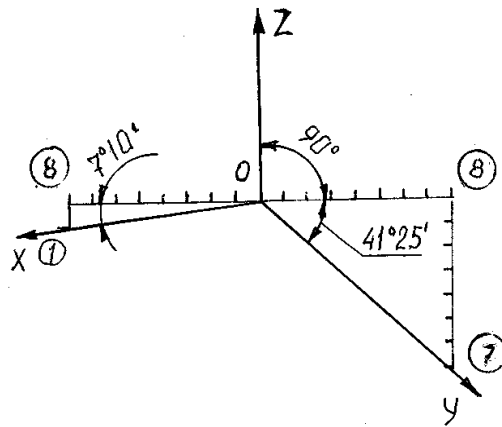


Рис. 7.6

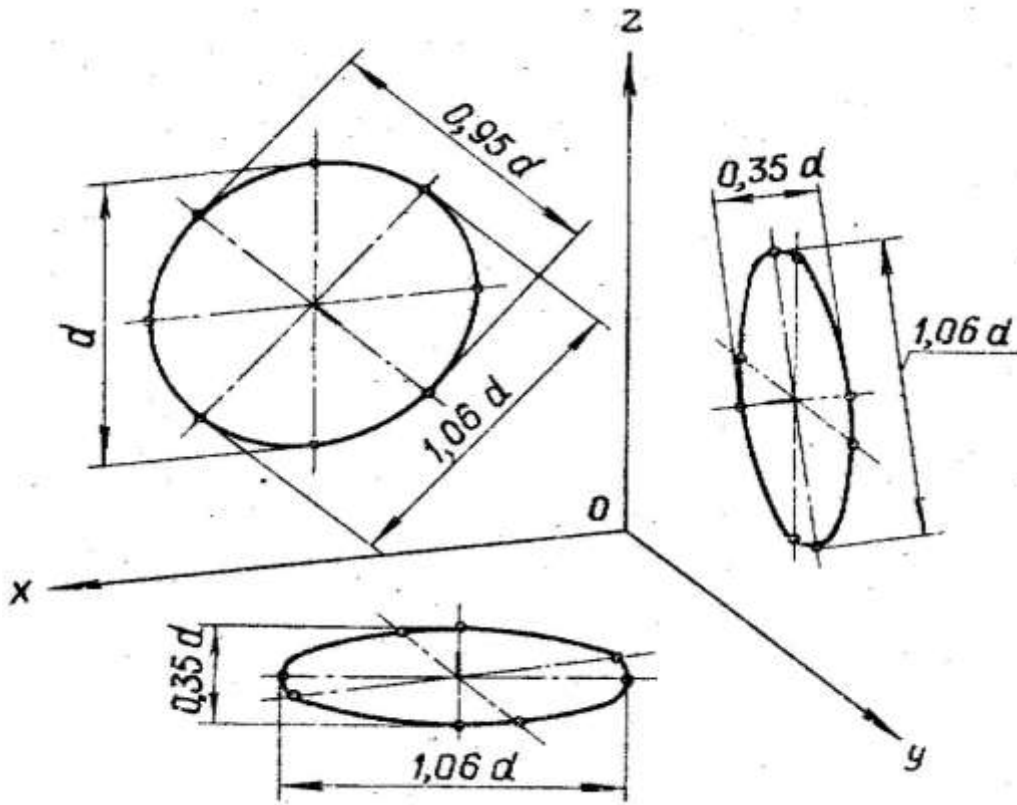


Рис. 7.7

#### 7.4. Штриховка в аксонометрии.

При выполнении разрезов в аксонометрии штриховка сечения осуществляется линиями, параллельными диагоналям квадрата (ромба), построенного на аксонометрических осях. Порядок выполнения штриховки сечений в аксонометрии приведен на рис. 7.8.

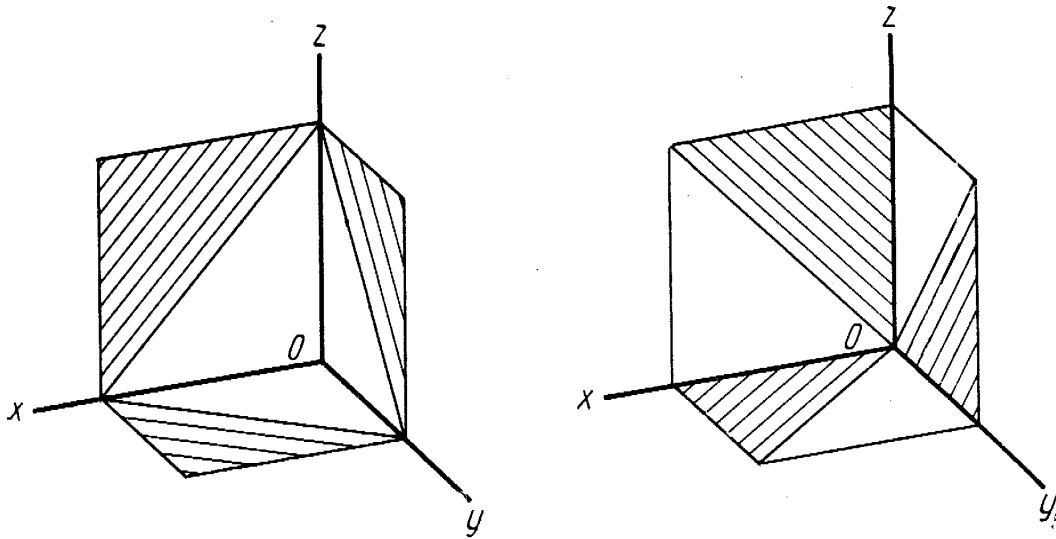


Рис. 7.8