

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

И

ИНЖЕНЕРНАЯ

И

МАШИННАЯ

Г

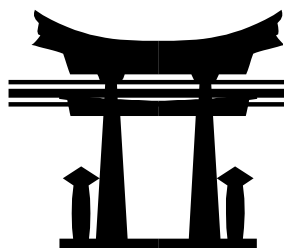
ГРАФИКА



КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

(лекция 6)

для спец. 1-25 01 07, 1- 26 02 03



МИНСК 2014

Лекция 6. Взаимное пересечение поверхностей.

В общем случае линию пересечения двух поверхностей между собой строят по точкам, которые находят с помощью вспомогательных секущих поверхностей. Сущность способа вспомогательных секущих поверхностей заключается в том, что обе поверхности, например, кривые поверхности β и γ (рис.6.1) пересекаются третьей вспомогательной α . Затем строят линии пересечения вспомогательной поверхности с каждой из заданных поверхностей и в пересечении полученных линий KL и MN находим точку A , общую для заданных поверхностей и вспомогательной плоскости.

Повторяя этот прием несколько раз, можно определить достаточное количество точек, необходимого для построения искомой линии взаимного пересечения поверхностей.

Если элементом геометрических тел является линия, нужно выделять среди множества точек точки, занимающие на этой линии особое положение. Такие точки называют **опорными** или **характерными**. Все остальные точки - **промежуточные**.

К опорным точкам относят экстремальные точки и точки видимости. Экстремальными называют точки, наиболее близкие или наиболее удалённые от той или иной плоскости проекций, например, высшая, низшая, правая, левая, передняя или задняя точки кривой.

Точки видимости делят линию пересечения в данной проекции на видимую и невидимую её части. Относительно каждой плоскости проекций определяют обычно свои точки видимости.

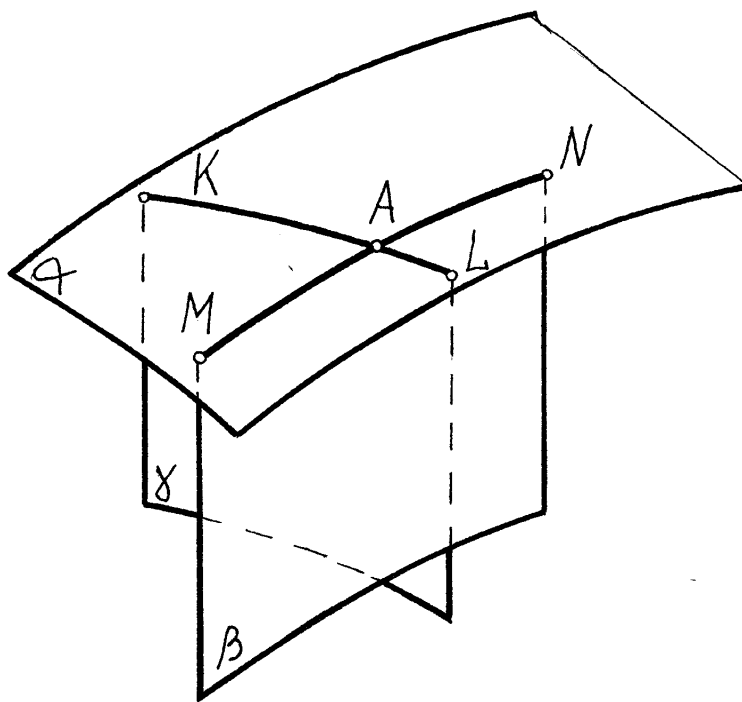


Рис. 6.1.

7.1. Способ вспомогательных секущих плоскостей.

Рассмотрим данный способ на примере пересечения конуса со сферой (рис. 6.2). Сначала отмечаем явные общие точки **1** и **2** пересечения главных меридианов. Эти опорные точки являются наивысшей **1** и низшей **2** точками линии пересечения, а также точками видимости на фронтальной плоскости.

В качестве вспомогательных секущих плоскостей принимаем горизонтальные плоскости уровня α , β , γ В сечении данными плоскостями конуса и сферы получают графически простые линии (окружности).

Радиус каждой окружности является расстоянием от оси вращения до главного меридиана по уровню пересечения тел вращения плоскостью.

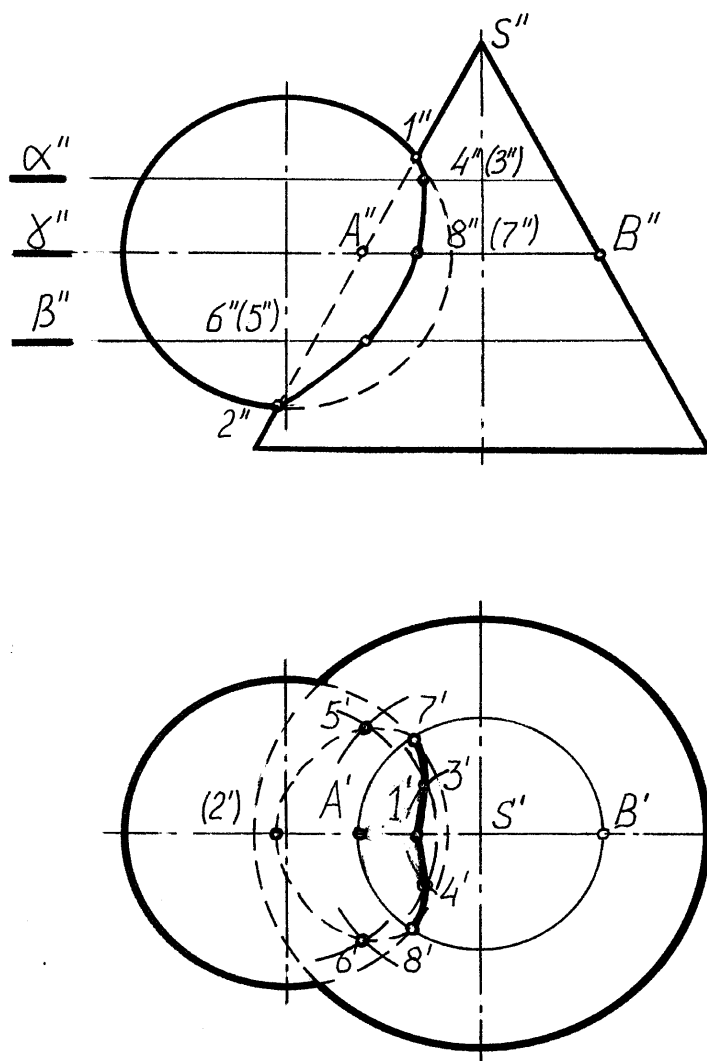


Рис. 6.2

Первую плоскость проводим на уровне экватора сферы. Эта плоскость пересекает конус по параллели AB и в пересечении горизонтальных проекций окружностей лежат точки **7** и **8**, которые определяют видимость линии пересечения относительно плоскости π_1 .

Промежуточные точки **3**, **4**, **5**, **6** построены при помощи вспомогательных плоскостей α , β , которые пересекают сферу и конус по окружностям, в пересечении

горизонтальных проекций которых и находят горизонтальные проекции **3, 4, 5, 6** точек искомой линии пересечения. Фронтальные проекции этих точек найдены по вертикальным линиям связи. Соединив одноимённые проекции построенных точек с учетом их видимости плавными кривыми и получаем проекции искомой линии пересечения конуса и сферы.

6.2. Способ вспомогательных сфер.

Соосными поверхностями вращения называются поверхности, имеющие общую ось вращения (рис. 6.3). Соосные поверхности всегда пересекаются по окружностям, плоскости которых перпендикулярны оси вращения.

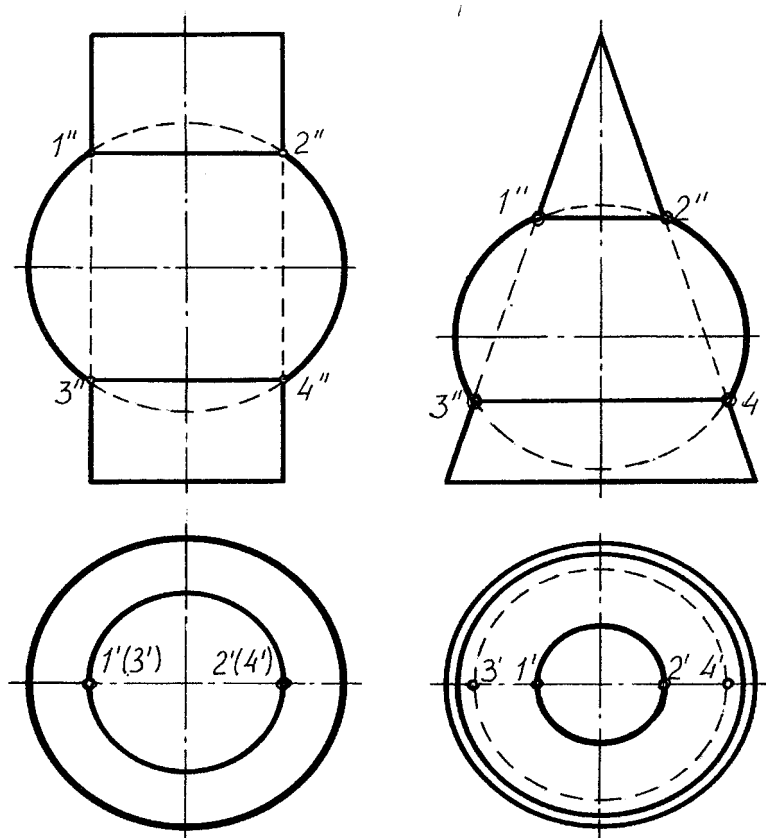


Рис. 6.3

Особенности пересечения соосных поверхностей вращения позволяет в качестве способа для построения линии пересечения поверхностей использовать сферы, соосные с данными поверхностями. Сфера пересекает каждую поверхность по окружности. В пересечении этих окружностей получают точки, принадлежащие искомой линии пересечения двух поверхностей. Линию пересечения можно построить, используя способ вспомогательных сфер с постоянным и переменным центром.

6.2.1. Способ вспомогательных сфер с постоянным центром. Он применяется при следующих условиях:

1. Обе пересекающиеся поверхности - поверхности вращения.
2. Оси поверхностей пересекаются; точку пересечения берут за центр вспомогательных сфер.

3. Оси поверхностей образуют плоскость параллельную одной из плоскостей проекций.

Рассмотрим построения линии взаимного пересечения двух поверхностей, используя способ сфер с постоянным центром на примере пересечения двух цилиндров вращения (рис. 6.4).

Заметим, что это два тела вращения, их оси вращения пересекаются в точке O и оси вращения лежат в плоскости параллельной фронтальной плоскости проекций. Характерными точками являются точки 1 и 2, получаемые пересечением фронтальных очерков проекций цилиндров. Промежуточные точки получаем, используя способ вспомогательных сфер с центром в точке O . Радиус сфер изменяется в пределах $R_{\min} \leq R \leq R_{\max}$. Радиус максимальной сферы определяется расстоянием от центра O до наиболее удаленной точки 2 ($R_{\max} = O_2$), а радиус минимальной сферы определяется как радиус сферы, касающейся одной поверхности и пересекающей другую. Точку 6, принадлежащей линии пересечения двух цилиндров, определяем следующим образом:

- строим сферу, радиуса R , которая пересекает цилиндры по окружностям (фронтальные проекции которых выражены в отрезки прямых (3-4) и (5-7); пересечение данных окружностей (проекций) дает искомую точку A .

- аналогично строят и другие точки (например B , C) линии пересечения, которые затем соединяют плавной кривой линией.

6.2.2. Способ вспомогательных сфер с переменным центром. Применяют при следующих условиях:

1. Одна из пересекающихся поверхностей - поверхность вращения, другая имеет круговые сечения;

2. Обе поверхности имеют общую плоскость симметрии, к которой перпендикулярны плоскости круговых сечений;

3. Плоскости симметрии параллельны одной из плоскостей проекции.

Рассмотрим данный способ на построении линии пересечения прямого кругового конуса и наклонного кругового цилиндра, оси которых пересекаются (рис. 6.5). Вначале определим опорные точки A , B , C , D , являющиеся точками пересечения фронтальных очерков. Для построения промежуточных точек, например, точки M , находим центр и радиус вспомогательной сферы. Для этого на цилиндре проводим секущую горизонтальную плоскость уровня, в сечении которой получается окружность, выраженная в отрезок 4 5.

Эту окружность можно рассматривать как параллель множества сфер, центры которых лежат на перпендикуляре восстановленном в центре отрезка 4 5. Выбираем из сфер такую, центр которой бы лежал на пересечении данного перпендикуляра и осью вращения конуса. Эта сфера радиусом $R = O_3 4 = O 5$ пересекает конус по окружности, фронтальная проекция которой 6 5. Обе окружности с проекциями 4 5 и 6 7 принадлежат одной сфере радиуса R и пересекаются в двух точках фронтальные проекции которых совпадают. На рис.6.5 показана видимая точка M . Проекции последующих точек строятся аналогично.

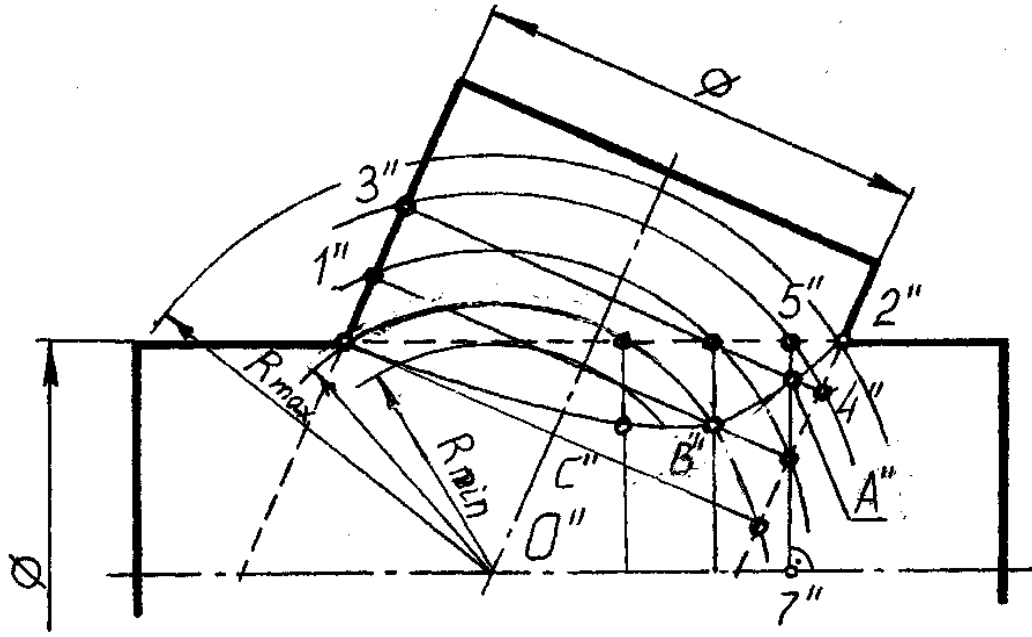


Рис. 6.4

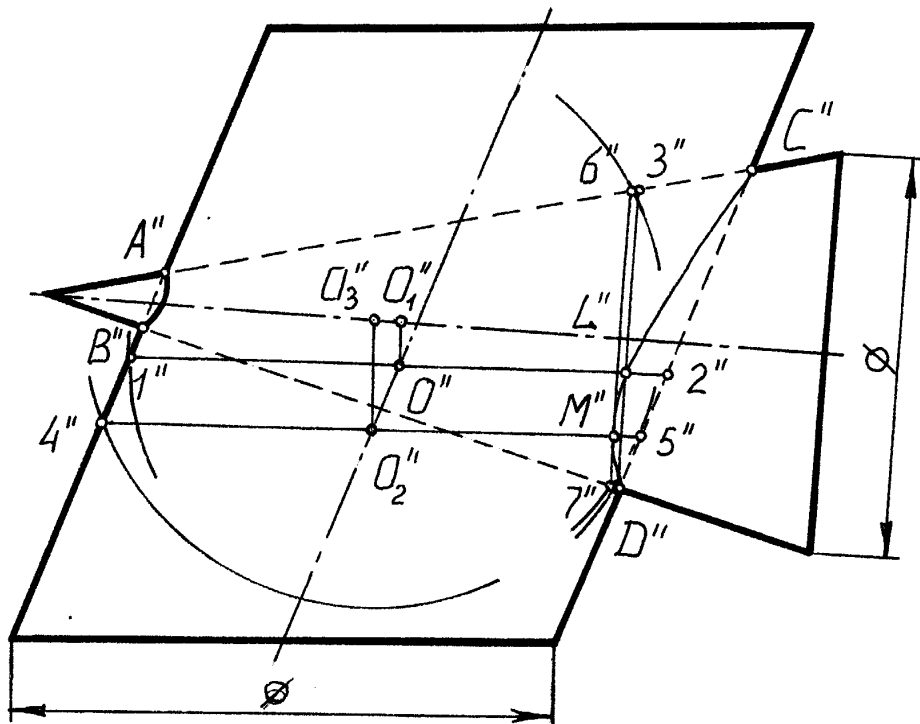


Рис. 6.5