

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**И**

**ИНЖЕНЕРНАЯ**

**И**

**МАШИННАЯ**

**Г**

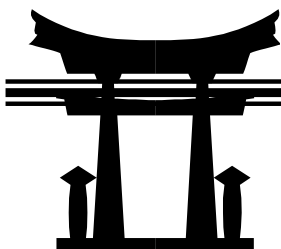
**ГРАФИКА**



# **КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ**

**(лекция 3)**

**для спец. 1-25 01 07, 1- 26 02 03**



**МИНСК 2014**

### Лекция 3. Способы преобразования чертежа.

Все задачи в начертательной геометрии разделяют на две основные группы позиционные (на определение взаимного расположения геометрических элементов) и метрические (на определение натуральных величин геометрических элементов).

Решение этих задач, и главным образом метрических, значительно облегчается, если геометрические образы занимают в пространстве частное положение, т.е. параллельны или перпендикулярны к плоскостям проекций.

В этой связи, с целью изменения взаимного расположения объекта проецирования и плоскостей проекций применяют способы преобразования чертежа.

Основными способами преобразования чертежа являются:

- 1) Замена плоскостей проекций;
- 2) Вращения.

Сущность этих способов заключается в следующем:

при **замене плоскостей проекций** положение объекта проецирования относительно плоскостей проекций не изменяется, а плоскости проекций  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  заменяют новыми плоскостями, на которые ведется проецирование:

при способе **вращения** плоскость проекций остается неизменной, а изменяется относительно этих плоскостей положение самого предмета.

#### 3.1. Способ замены плоскостей проекций.

Этот способ широко применяют в машиностроении и приборостроении. **Сущность способа замены плоскостей** заключается в том, что положение точек, линий, плоских фигур, поверхностей в пространстве не изменяется, а система плоскостей проекций  $\pi_2$ ,  $\pi_1$  дополняется плоскостями, образующими с  $\pi_2$  и  $\pi_1$  или между собой систему двух взаимно перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций.

Каждая новая система выбирается так, чтобы по отношению к заданным геометрическим элементам она заняла положение более удобное для выполнения требуемого построения.

На рис. 3.1. показано преобразование проекций точки А из системы  $\pi_2$  и  $\pi_1$  в систему  $\pi_4$ ,  $\pi_1$ , в которой вместо плоскости  $\pi_2$  введена новая плоскость  $\pi_4$ , а плоскость  $\pi_1$  осталась неизменной. При этом  $\pi_4$  перпендикулярна  $\pi_1$ . В системе  $\pi_4$   $\pi_1$  горизонтальная проекция точки ( $A'$ ) осталась неизменной. Проекция  $A^{IV}$  точки А на плоскости  $\pi_4$  находится от плоскости  $\pi_1$  на том же расстоянии, что и проекция  $A^{II}$  точки на плоскости  $\pi_2$ .

Порядок построения проекции точки  $A^{IV}$  на новой плоскости проекций (рис. 4.2). В новой системе  $\pi_4$   $\pi_1$  из проекции точки ( $A^I$ ) проводят линию связи, перпендикулярную новой оси проекций  $\pi_4/\pi_1$ .

На этой линии связи отмечают расстояние от оси  $\pi_4/\pi_1$  до проекции  $A^{IV}$  точки на новой плоскости проекций  $\pi_4$ , равное расстояние от преобразуемой проекции  $A^{II}$  точки до оси проекций  $\pi_2/\pi_1$  в системе  $\pi_2$ ,  $\pi_1$ .

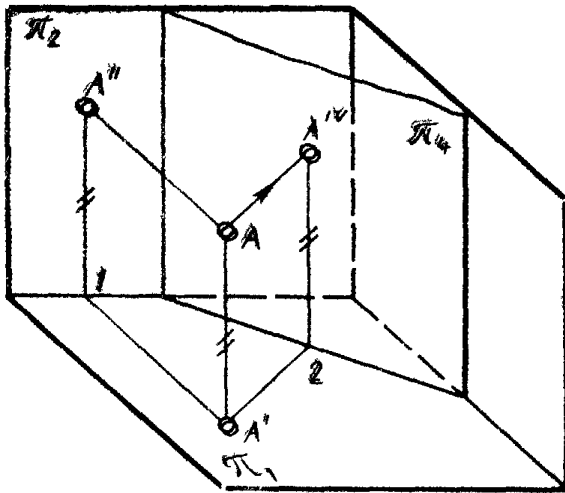


Рис. 3.1.

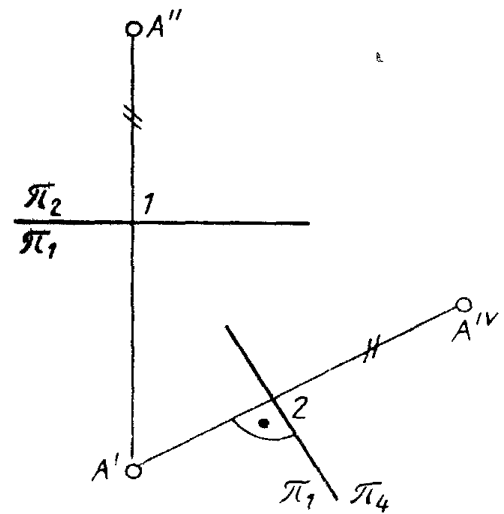


Рис.3.2.

Рассмотрим решение четырех исходных задач способом замены плоскостей проекций:

#### 4.1.1. Преобразовать прямую общего положения в прямую уровня.

Новую проекцию прямой можно построить на новой плоскости проекций  $\pi_4$ , расположив ее параллельно самой прямой и перпендикулярно одной из плоскостей проекций, т.е. от системы  $\pi_2, \pi_1$  перейти к системе  $\pi_4, \pi_1$ . или  $\pi_4, \pi_2$ . На рис. 3.3. приведен комплексный чертеж прямой  $AB$  общего положения. Для преобразования ее в прямую уровня необходимо выполнить следующее:

- в одной из плоскостей проекций (в рассматриваемом примере – плоскость проекции  $\pi_1$ ) проводим новую ось проекций, которая параллельна одной из проекций прямой (в рассматриваемом примере -  $\pi_1/\pi_4 \parallel A'B'$ );
- из  $A', B'$  проводим линии связи перпендикулярные  $\pi_1/\pi_4$ ;
- в дополнительной плоскости проекций  $\pi_4$  строим проекции  $A^{IV}, B^{IV}$ ;
- соединив проекции  $A^{IV}, B^{IV}$  получаем решение задачи.

#### 4.1.2. Преобразовать прямую уровня в проецирующую прямую.

На рис. 3.5 приведен комплексный чертеж горизонтальной прямой уровня  $AB$ . Чтобы преобразовать ее в проецирующую прямую необходимо новую плоскость проекций  $\pi_4$  разместить перпендикулярно горизонтальной проекции прямой  $A'B'$ .

Если требуется построить вырожденную проекцию прямой общего положения, то для ее преобразования проводят две последовательные замены плоскостей проекций (рис.3.6).

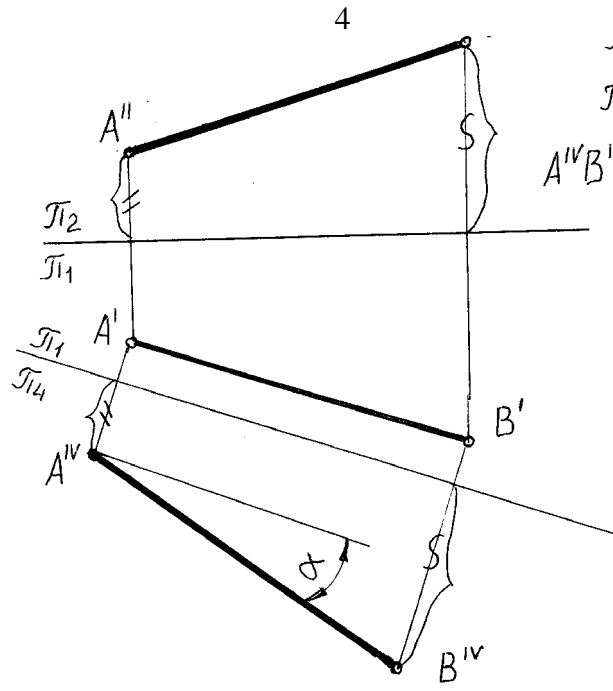


Рис. 3.3.

$\alpha$  – угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций  $\pi_1$ .

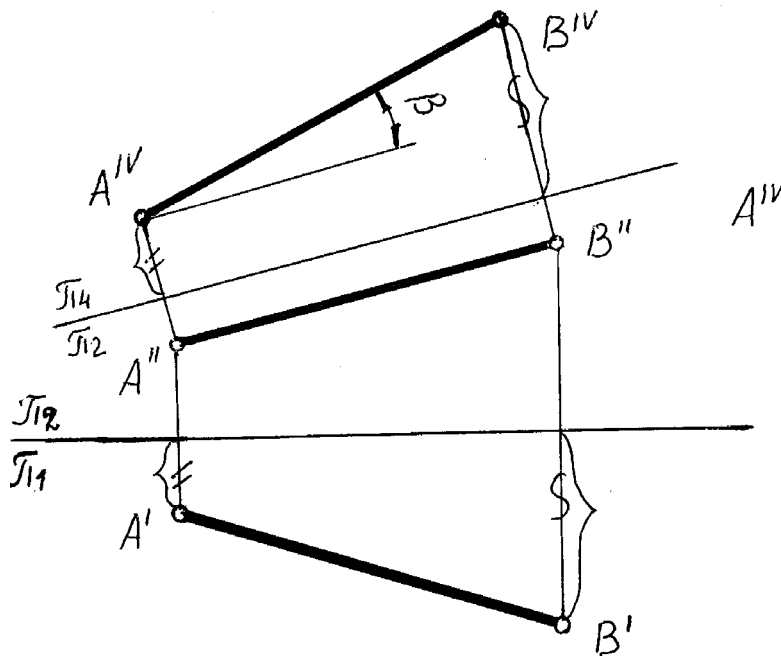


Рис. 3.4.

$\beta$  – угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций.

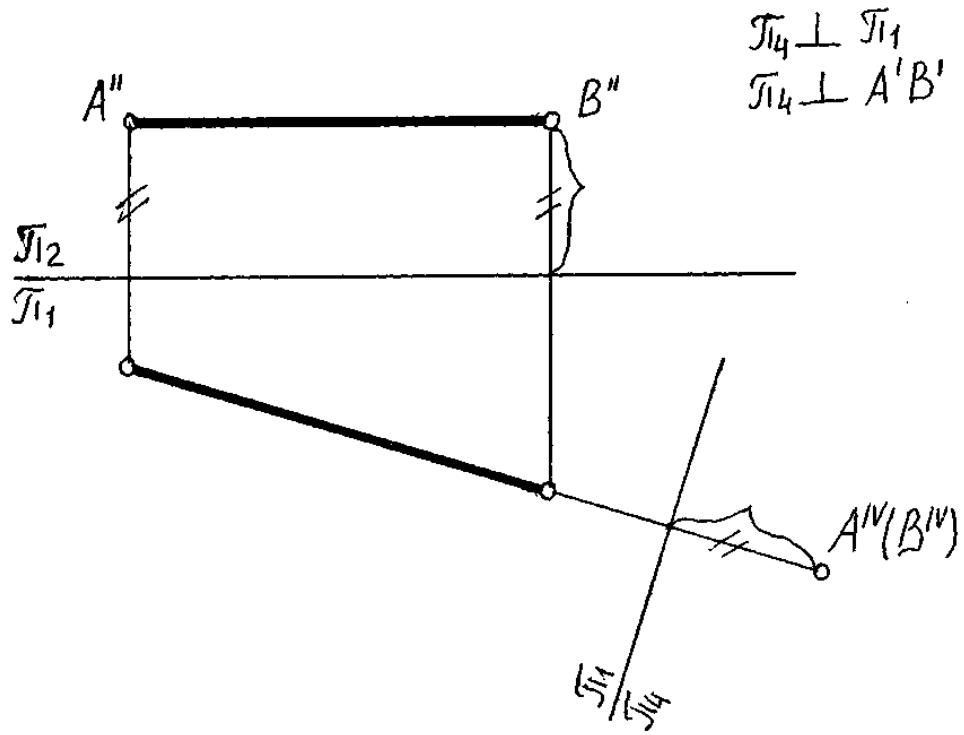


Рис. 3.5.

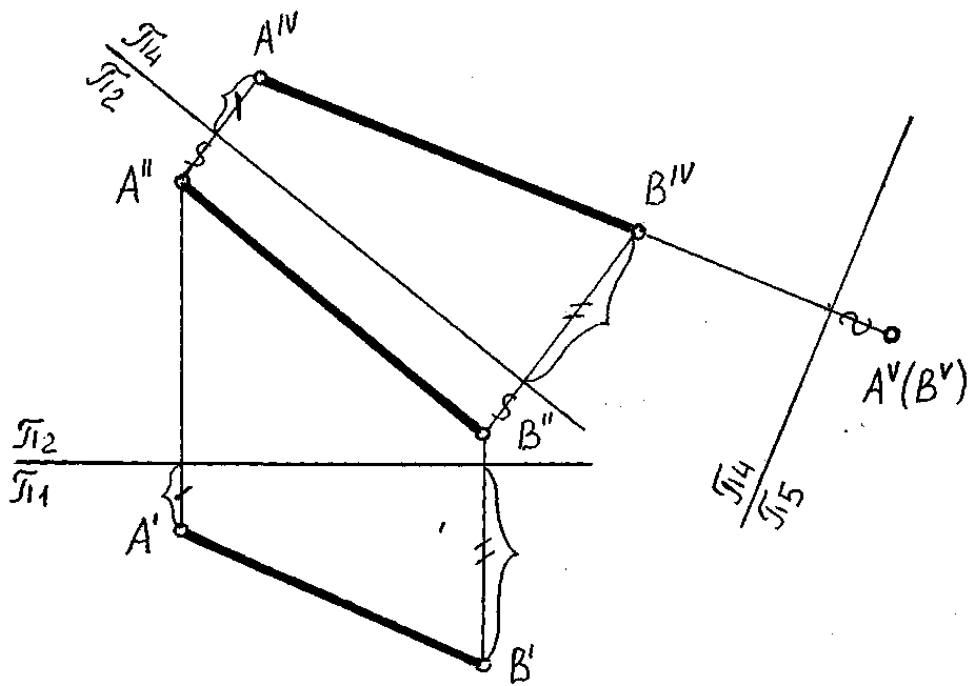


Рис. 3.6.

### 3.1.3. Преобразовать плоскость общего положения в проецирующую.

Для решения этой задачи новую плоскость проекций нужно расположить перпендикулярно данной плоскости общего положения и перпендикулярно одной из плоскостей проекций. Это возможно сделать, если учесть, что направление ортогонального проецирования на новую плоскость проекций должно совпадать с направлением соответствующих линий уровня данной плоскости общего положения. Тогда все линии этого уровня на новой плоскости проекции изображаются точками, которые и дадут «вырожденную» в прямую плоскость (ее проекцию).

На рис. 3.7 приведен комплексный чертеж плоскости общего положения, заданной треугольником  $ABC$ . Для того чтобы преобразовать данную плоскость в проецирующую необходимо:

- в горизонтальной плоскости проекций провести проекцию фронтали (например  $(A'1')$ );
- по вертикальной линии связи находим фронтальную проекцию  $1''$  и строим фронтальную проекцию фронтали  $A''1''$ ;
- перпендикулярно  $A''1''$  проводим ось проекций  $\pi_2/\pi_4$ ;
- из  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$  проводим линии связи, перпендикулярные  $\pi_2/\pi_4$ ;
- в дополнительной плоскости проекций  $\pi_4$  строим проекции  $A^{IV}$ ,  $B^{IV}$ ,  $C^{IV}$ ;
- соединив проекции  $A^{IV}$ ,  $B^{IV}$ ,  $C^{IV}$  получаем решение задачи.

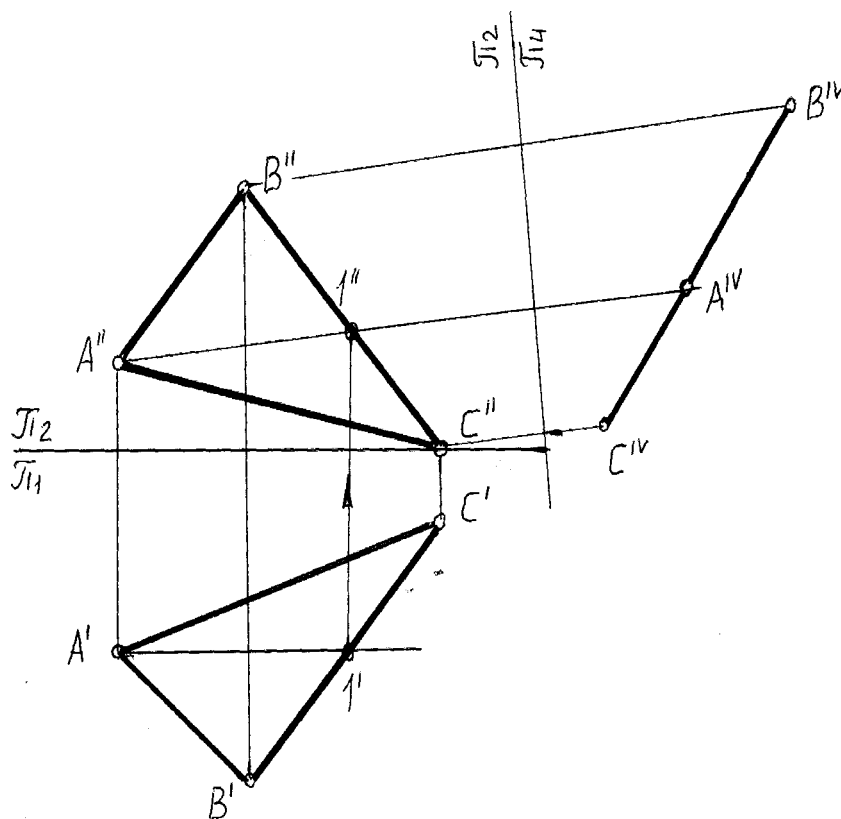


Рис. 3.7.

#### 4.1.4. Преобразовать проецирующую плоскость в плоскость уровня.

Решение этой задачи позволяет определять натуральную величину плоских фигур.

Новую плоскость проекций нужно расположить параллельно заданной плоскости. Если исходное положение плоскости было фронтально-проецирующее, то новое изображение строят в системе  $\pi_2/\pi_4$ , а если горизонтально-проецирующее –  $\pi_1/\pi_4$ . Новая ось проекций будет расположена параллельно вырожденной проекции проецирующей плоскости.

На рис. 3.8. приведен комплексный чертеж горизонтально-проецирующей плоскости, заданной треугольником  $ABC$ . Для преобразования ее в плоскость уровня необходимо выполнить следующее:

- в горизонтальной плоскости проекций провести новую ось проекций  $\pi_1/\pi_4$ , которая параллельна  $A'B'C'$ ;
- из  $A', B', C'$  провести линии связи, перпендикулярные  $\pi_1/\pi_4$ ;
- в дополнительной плоскости проекций  $\pi_4$  построить  $A^{IV}, B^{IV}, C^{IV}$ ;
- соединив проекции  $A^{IV}, B^{IV}, C^{IV}$  получаем решение задачи.

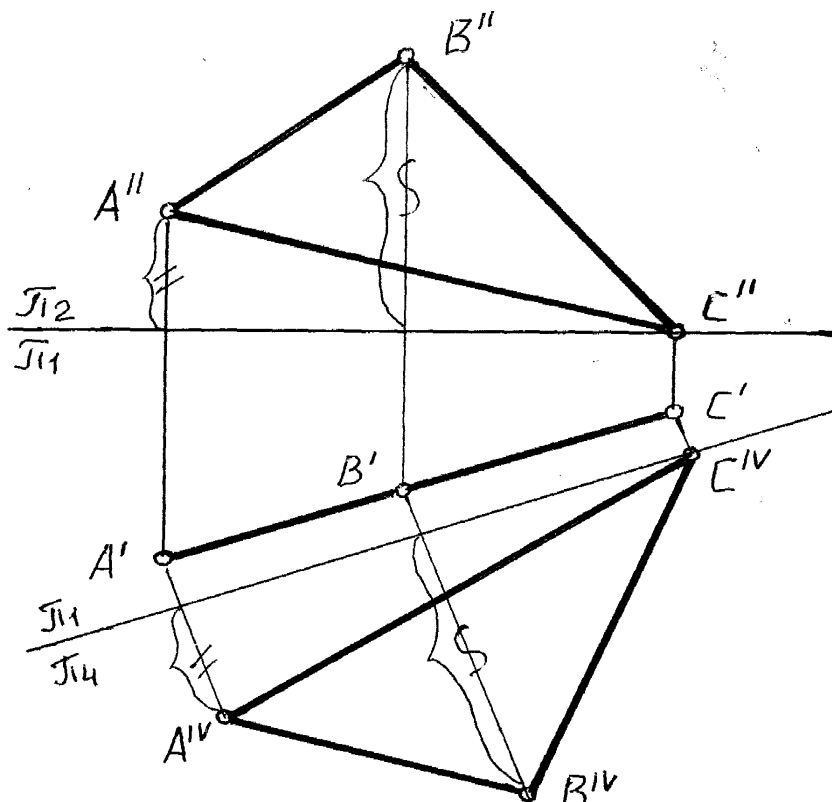


Рис. 3.8.

Если в исходном положении плоскость занимает общее положение, а нужно получить изображение ее как плоскости уровня, то прибегают к двойной замене. Вначале плоскость общего положения преобразуют в проецирующую, затем в плоскость уровня (рис.3.9).

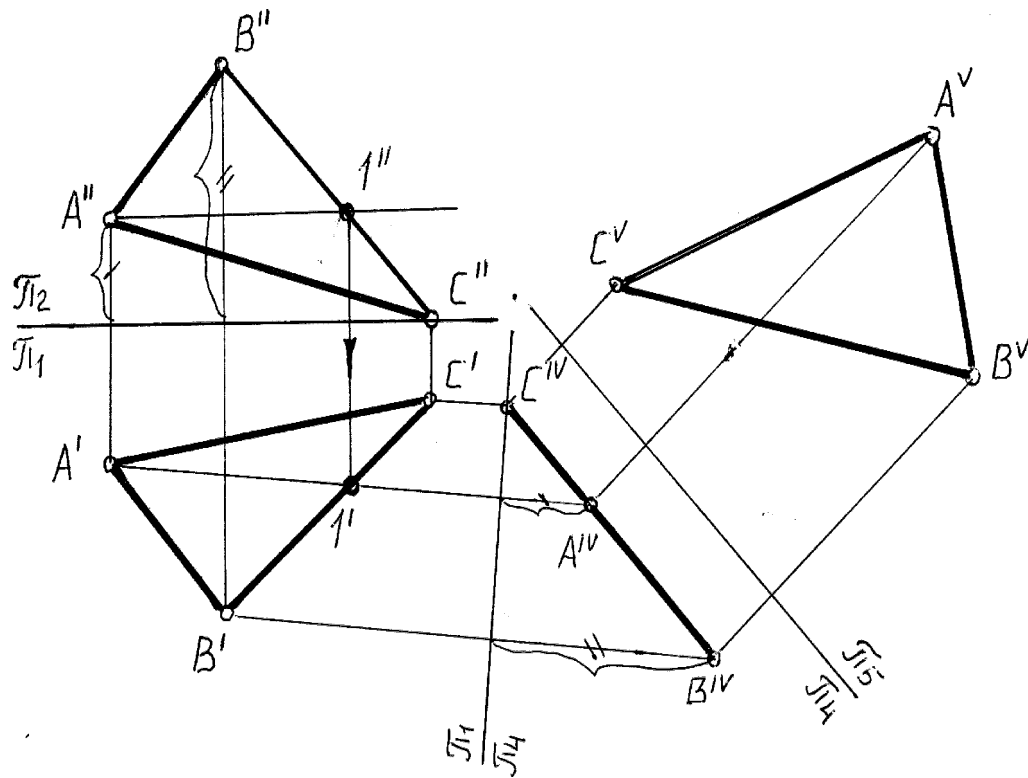


Рис. 3.9

#### 4.2. Способ вращения вокруг проецирующей прямой.

Как известно, при вращении некоторой точки вокруг оси она описывает окружность, расположенную в плоскости, перпендикулярной оси вращения. Для применения способа вращения в целях преобразования чертежа отметим следующее (рис. 3.10.):

- ось вращения ( $MN$ );
- плоскость вращения точки (пл.  $\eta \perp (MN)$ );
- центр вращения ( $O$ ; пл.  $\eta \cap (MN) = O$ );
- радиус вращения ( $R$ ,  $R = |OA|$ ).

В качестве оси вращения обычно используют прямые, перпендикулярные или параллельные плоскости проекций. Вращение точки  $A$  на чертеже относительно оси  $MN$  перпендикулярной плоскости  $\pi_1$ , показано на рис. 3.11. Плоскость вращения  $\eta$  параллельна плоскости  $\pi_1$  и на фронтальной проекции изображена следом  $\eta''$ . Горизонтальная проекция  $O^I$  центра вращения совпадает с проекцией  $M^I N^I$  оси, а горизонтальная проекция  $O^I A^I$  радиуса вращения  $OA$  является его натуральной величиной. При вращении точки вокруг вертикальной оси ее горизонтальная проекция перемещается по окружности, а фронтальная проекция – параллельна оси  $X$ .

Если точку вращать вокруг оси, перпендикулярной плоскости  $\pi_1$ , то ее фронтальная проекция будет перемещаться по окружности, а горизонтальная – параллельно оси  $X$ . Вращением точки вокруг проецирующей прямой применяют при решении задач, например, для определения натуральной величины отрезка



прямой. Для этого (рис. 3.12.) достаточно ось вращения с проекциями  $M''N''$ ,  $M'N'$  выбрать так, чтобы она проходила через одну из крайних точек отрезка. Тогда при повороте в точки (вторая крайняя) на угол  $\varphi$  отрезок прямой займет положение параллельное плоскости  $\pi_2$  и, следовательно проецируется на нее в натуральную величину. Одновременно в натуральную величину проецируется угол  $\alpha$  наклона отрезка прямой к плоскости  $\pi_1$ .

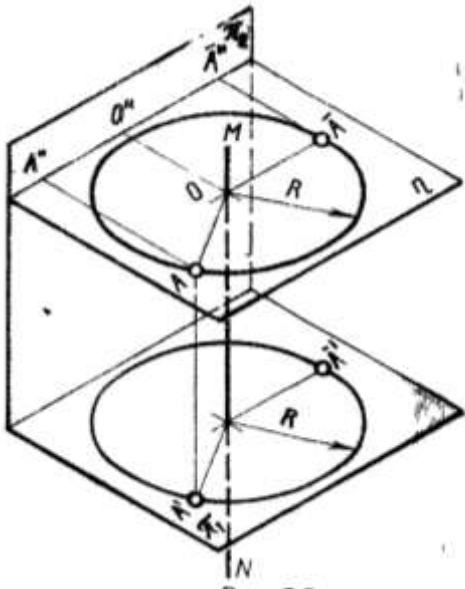


Рис. 3.10.

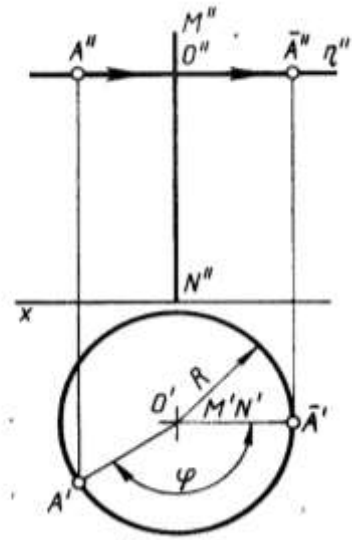


Рис. 3.11.

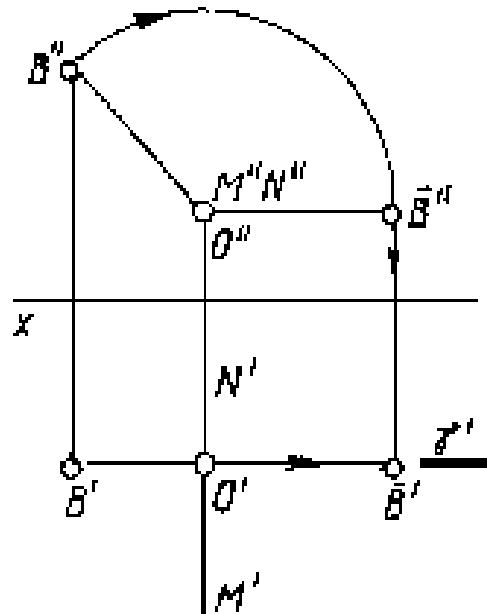
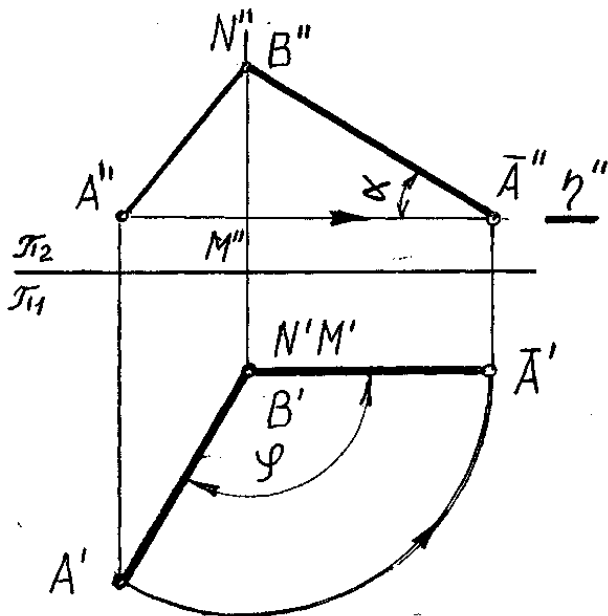


Рис. 3.12.