

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

Общие требования к отбору образцов из древесины и древесных материалов, проведению физико-механических испытаний свойств древесины на образцах и статистическому анализу полученных результатов испытаний приведены в ГОСТ 16483.0–1989 [41].

1.1. Отбор образцов

Отбор образцов генеральной совокупности производят в одну или более стадий (одностадийный или многостадийный отбор) с использованием методов случайного или систематического отбора.

Одностадийный отбор применяют в тех случаях, когда можно пренебречь изменчивостью свойств древесины внутри единицы отбора, например деревьев из насаждения, при этом из каждого дерева изготавливают по одной заготовке для образца.

Многостадийный отбор (двухстадийный и трехстадийный) используют, когда суммарные затраты всех его стадий меньше, чем при одностадийном отборе. Он включает следующие стадии:

1) двухстадийный отбор: первая стадия – отбор, например, деревьев из насаждения; вторая стадия – отбор кряжей из каждого отобранного дерева и изготовление из каждого кряжа по одной заготовке для образца;

2) трехстадийный отбор: первая стадия – отбор, например, деревьев из насаждения; вторая стадия – отбор кряжей из каждого отобранного дерева; третья стадия – отбор из каждого кряжа по несколько заготовок для образцов.

Отбор на каждой стадии может быть случайным или систематическим. Метод случайного отбора, например, с применением таблиц случайных чисел используют при отсутствии необходимости ограничения числа отбираемых единиц, что дает возможность с наибольшей точностью определить изменчивость исследуемого свойства.

Метод систематического отбора, применяемый при необходимости ограничения числа отбираемых единиц, заключается в упорядочении совокупности по одному из параметров (например, по диаметру

деревьев), разделении ее на одинаковые группы, число которых равно количеству отбираемых единиц, и отборе из каждой группы единицы, средней по порядковому номеру. Использование этого метода позволяет с наибольшей точностью определить среднее арифметическое исследуемого свойства.

Минимальное количество испытываемых образцов при одностадийном (случайном и систематическом) отборе вычисляют по формуле

$$n_{\min} = \frac{V^2 t_{\gamma}^2}{P_{\gamma}^2}, \quad (1)$$

где V – коэффициент вариации одного из свойств древесины, %; t_{γ} – квантиль распределения Стьюдента; P_{γ} – относительная точность определения выборочного среднего с доверительной вероятностью γ .

При неизвестном коэффициенте вариации V можно пользоваться ориентировочными значениями коэффициента вариации (табл. П.1.1).

Таблица П.1.1

Коэффициент вариации

Свойства древесины	Коэффициент вариации, %
Число годичных слоев в 1 см	37
Процент поздней древесины	28
Плотность	10
Нормализованная влажность	5
Усушка:	
– линейная	28
– объемная	16
Предел прочности при сжатии вдоль волокон	13
Предел прочности при статическом изгибе	15
Предел прочности при скалывании вдоль волокон	20
Модуль упругости при статическом изгибе	20
Условный предел прочности (предел пропорциональности при сжатии поперек волокон)	20
Предел прочности при растяжении (вдоль и поперек волокон)	20
Ударная вязкость при изгибе	32
Твердость	17

Относительную точность определения выборочного среднего принимают 5% при доверительной вероятности 0,95. Если коэффициент вариации превышает 20%, то допускается определять выборочное

среднее с относительной точностью 10%. Для ориентировочных испытаний доверительную вероятность принимают равной 0,68.

В расчетах квантиль распределения Стьюдента t_γ принимают с учетом предполагаемого количества единиц отбора, согласно табл. П.1.2. При отличии расчетной величины n от предполагаемой вычисление повторяют до тех пор, пока различие между ними будет не более 1.

Таблица П.1.2

Значения квантилей распределения Стьюдента

Объем выборки	Значение t_γ при доверительной вероятности γ для двухсторонних интервалов				
	0,70	0,80	0,90	0,95	0,99
2	1,963	3,078	6,314	12,706	63,657
3	1,336	1,886	2,920	4,303	9,925
4	1,250	1,638	2,353	3,182	5,841
5	1,190	1,533	2,132	2,776	4,604
6	1,156	1,476	2,015	2,571	4,032
7	1,134	1,440	1,943	2,447	3,707
8	1,119	1,415	1,895	2,365	3,499
9	1,108	1,397	1,860	2,306	3,355
10	1,100	1,383	1,833	2,262	3,250
11	1,093	1,372	1,812	2,228	3,169
12	1,088	1,363	1,796	2,201	3,106
13	1,083	1,356	1,782	2,179	3,055
14	1,079	1,350	1,771	2,160	3,012
15	1,076	1,345	1,761	2,145	2,977
16	1,074	1,341	1,753	2,131	2,947
17	1,071	1,337	1,746	2,120	2,921
18	1,069	1,333	1,740	2,110	2,898
19	1,067	1,330	1,734	2,103	2,878
20	1,066	1,328	1,729	2,093	2,861
21	1,064	1,325	1,725	2,086	2,845
22	1,063	1,323	1,721	2,080	2,831
23	1,061	1,321	1,717	2,074	2,819
24	1,060	1,319	1,714	2,069	2,807
25	1,059	1,318	1,711	2,064	2,797
26	1,058	1,316	1,708	2,060	2,787
27	1,058	1,315	1,706	2,056	2,779
28	1,057	1,314	1,703	2,052	2,771
29	1,056	1,313	1,701	2,048	2,763
30	1,055	1,311	1,699	2,045	2,756
31	1,055	1,310	1,697	2,042	2,750
>31	1,036	1,282	1,645	1,960	2,576

Минимальное количество испытуемых образцов для многостадийного отбора с учетом вариации свойств древесины внутри и между единицами отбора равно произведению количества единиц отбора, вычисленных для каждой из стадий по следующей методике.

При двухстадийном отборе количество единиц второй стадии отбора, выбираемых из каждой единицы первой стадии отбора, рассчитывают по следующей формуле:

$$n_{22} = \frac{V_{22}}{V_{21}} \sqrt{\frac{C_{21}}{C_{22}}}, \quad (2)$$

где V_{22} – коэффициент вариации единиц второй стадии отбора; V_{21} – коэффициент вариации единиц первой стадии отбора; C_{21} – затраты на одну единицу первой стадии отбора; C_{22} – затраты на одну единицу второй стадии отбора.

Количество единиц первой стадии отбора находят по формуле

$$n_{21} = \frac{t_{\gamma}^2 \left(V_{21}^2 + \frac{V_{22}^2}{n_{22}} \right)}{P_{\gamma}^2}. \quad (3)$$

При трехстадийном отборе количество единиц третьей стадии отбора, выбираемых из каждой единицы второй стадии отбора, вычисляют по следующей формуле:

$$n_{33} = \frac{V_{33}}{V_{32}} \sqrt{\frac{C_{32}}{C_{33}}}, \quad (4)$$

где V_{33} – коэффициент вариации единиц третьей стадии отбора; V_{32} – коэффициент вариации единиц второй стадии отбора; C_{32} – затраты на одну единицу второй стадии отбора; C_{33} – затраты на одну единицу третьей стадии отбора.

Количество единиц второй стадии отбора, выбираемых из каждой единицы первой стадии отбора, определяют по формуле

$$n_{32} = \frac{V_{32}}{V_{31}} \sqrt{\frac{C_{31}}{C_{32}}}, \quad (5)$$

где V_{31} – коэффициент вариации единиц первой стадии отбора; C_{31} – затраты на одну единицу первой стадии отбора;

Количество единиц первой стадии отбора рассчитывают по следующей формуле:

$$n_{31} = \frac{t_{\gamma}^2 \left[V_{31}^2 + \frac{1}{n_{32}} \left(V_{32}^2 + \frac{V_{33}^2}{n_{33}} \right) \right]}{P_{\gamma}^2}. \quad (6)$$

Для определения неизвестных коэффициентов вариации проводят предварительные испытания на произвольно взятом количестве образцов. Результаты округляют с точностью до целого числа.

1.2. Подготовка заготовок и образцов

Подготовка заготовок и образцов включает два этапа:

- изготовление и кондиционирование заготовок для образцов;
- изготовление и кондиционирование образцов.

Изготовление и кондиционирование заготовок для образцов производят следующим образом. Из отобранных единиц вырезают заготовки, размеры которых позволяют изготовить образцы нужной формы. Если заготовка окажется непригодной для изготовления образца, выбирают другую заготовку. На случай частичной замены образцов количество заготовок должно быть на 20% больше расчетного количества.

При применении метода систематического отбора заготовку из кряжа выпиливают в виде сердцевинной доски толщиной не менее 60 мм, которая должна включать геометрический центр поперечного сечения кряжа.

Допускается выпиливать заготовки из кряжа диаметром не более 180 мм в виде сердцевинных досок толщиной не менее 40 мм по направлению двух взаимно перпендикулярных диаметров. В этом случае при необходимости изготовления образцов с размерами поперечного сечения более 40 мм от кряжей перед выпилкой сердцевинной доски должны быть отпилены отрезки длиной не менее 100 мм.

Если единица отбора – пиломатериал, заготовку выпиливают параллельно сбегу. Толщина заготовки должна быть не менее 35 мм. Заготовки, содержащие сердцевину, отбраковывают.

Пиломатериалы, не содержащие сердцевины, разделяют на заготовки так, чтобы не менее чем одна грань заготовки была радиальной или тангенциальной.

В случае необходимости от пиломатериалов толщиной 60 мм и более перед распиловкой на заготовки отпиливают по отрезку длиной вдоль волокон 100 мм для изготовления образцов с поперечными размерами более 30 мм.

Для испытания образцов с нормализованной влажностью заготовки должны быть высушены при температуре ниже 60°C до влажности, близкой к нормализованной. Торцы заготовок покрывают влагозащитным составом.

Для испытания образцов с влажностью, равной или больше предела насыщения клеточных стенок древесины, заготовки выдерживают в условиях, исключающих высыхание древесины.

После кондиционирования из каждой заготовки вырезают образцы по одному для каждого вида испытания. Форму и размеры образцов принимают по стандартам на соответствующие методы испытаний.

Одна из осей образца должна располагаться вдоль волокон древесины. Годичные слои на торцовых поверхностях образцов должны быть параллельны одной паре противоположных граней и перпендикулярны другой. Между смежными гранями образцов должны быть прямые углы.

Предельные отклонения от номинальных размеров рабочей части образцов не должны превышать $\pm 0,5$ мм. Любой размер в этих пределах должен быть выдержан по всему образцу с отклонением не более $\pm 0,1$ мм. Предельные отклонения от номинальных размеров, не входящих в расчетные формулы (например, длины образцов для испытания на статический изгиб), не должны превышать $\pm 0,1$ мм. Параметр шероховатости рабочих поверхностей образцов должен быть $R_{t\text{max}}$ не более 100 мкм по ГОСТ 7016–1982 [28].

На каждый образец должна быть нанесена маркировка, отражающая стадийность отбора.

Образцы, которые изготовлены из заготовок, высушенных при температуре ниже 60°C , кондиционируют при температуре $(20 \pm 2)^{\circ}\text{C}$ и относительной влажности воздуха $(65 \pm 5)\%$ до приобретения древесиной нормализованной влажности.

Образцы, которые изготовлены из заготовок, выдержанных в условиях, исключающих высыхание древесины, должны иметь влажность, равную или превышающую предел насыщения клеточных стенок древесины. Если образцы изготовлены из материала с влажностью ниже предела насыщения клеточных стенок древесины, перед испытанием они должны быть вымочены до прекращения изменения размеров.

Образцы для испытаний после кондиционирования хранят в герметичной упаковке так, чтобы их влажность не изменялась.

1.3. Проведение испытаний

В помещении, где проводят испытания, должна поддерживаться температура $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$ и влажность воздуха $(65 \pm 5)\%$. Допускается осуществлять испытания в помещении с другой температурой и влажностью воздуха при условии их проведения сразу после кондиционирования или извлечения образцов из герметичной упаковки.

Испытания проводят согласно стандартам на соответствующие методы испытаний.

После испытаний определяют влажность и в случае необходимости плотность образцов. Рекомендуется измерять влажность на пробах, вырезанных из испытанных образцов. Минимальное количество образцов для определения их средней влажности должно быть не менее трех и вычисляться по формуле

$$n_W = n_{\min} \frac{V^2}{V_W^2}, \quad (7)$$

где n_{\min} – количество испытанных образцов для определения свойств древесины с коэффициентом вариации V ; V_W – коэффициент вариации влажности образцов (если нет других данных, допускается принимать равным 5%).

1.4. Обработка результатов испытаний

Показатели свойств древесины рассчитывают по формулам, приведенным в стандартах на соответствующие методы испытаний.

Предварительно определяют согласие опытного распределения с теоретическим (нормальным) и оценивают достоверность результатов наблюдений.

По результатам испытаний вычисляют следующие статистические характеристики: выборочное среднее арифметическое значение \bar{O} ; выборочную величину среднего квадратичного отклонения S ; величину средней ошибки выборочного среднего арифметического S_r ; выборочный коэффициент вариации V ; относительную точность определения выборочного среднего P_r .

Одностадийный отбор. Выборочное среднее арифметическое определяют по следующей формуле:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (8)$$

где X_i – значение испытываемого свойства; n – количество образцов.

Выборочное среднее квадратичное отклонение находят по формуле

$$S = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}. \quad (9)$$

Среднюю ошибку выборочного среднего арифметического рассчитывают по следующей формуле:

$$S_r = \frac{S}{\sqrt{n}}. \quad (10)$$

Выборочный коэффициент вариации вычисляют по формуле

$$V = \frac{S}{\bar{X}} 100\%. \quad (11)$$

Относительную точность определения выборочного среднего находят по следующей формуле:

$$P_\gamma = \frac{S_r t_\gamma}{\bar{X}} 100\%, \quad (12)$$

где t_γ – значение квантилей распределения Стьюдента (см. табл. П.1.2 на с. 155).

Двухстадийный отбор. Выборочное среднее арифметическое для единиц первой стадии отбора определяют по формуле

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_{22}} X_{ij}}{n_{22}}, \quad (13)$$

где X_{ij} – значение испытываемого свойства для j -го образца из i -й единицы первой стадии отбора.

Общее выборочное среднее арифметическое рассчитывают по следующей формуле:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{21}} \bar{X}_i}{n_{21}}. \quad (14)$$

Выборочное среднее квадратичное отклонение между единицами первой стадии отбора вычисляют по формуле

$$S_{21} = +\sqrt{\frac{n_{21}}{n_{21}-1} \sum_{i=1}^{n=21} (\overline{X}_i - \overline{X})^2}. \quad (15)$$

Выборочное среднее квадратичное отклонение внутри единиц первой стадии отбора находят по следующей формуле:

$$S_{22} = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{n_{22}} (X_{ij} - \overline{X}_i)^2}{n_{21}(n_{22}-1)}}. \quad (16)$$

Среднюю ошибку выборочного среднего арифметического определяют по формуле

$$S_r = \frac{S_{21}}{\sqrt{n_{22}n_{21}}}. \quad (17)$$

Выборочный коэффициент вариации между единицами первой стадии отбора рассчитывают по следующей формуле:

$$V_{21} = \frac{S_{21}}{X} 100\%. \quad (18)$$

Выборочный коэффициент вариации внутри единиц первой стадии отбора вычисляют по формуле

$$V_{22} = \frac{S_{22}}{X} 100\%. \quad (19)$$

Относительную точность определения выборочного среднего арифметического находят по следующей формуле:

$$P_\gamma = \frac{S_r t_\gamma}{\overline{X}} 100\%. \quad (20)$$

Трехстадийный отбор. Выборочное среднее арифметическое для единиц второй стадии отбора определяют по формуле

$$\overline{X}_{ij} = \frac{\sum_{\gamma=1}^{n_{33}} X_{ij\gamma}}{n_{33}}, \quad (21)$$

где $X_{ij\gamma}$ – значение испытываемого свойства для γ -го образца из j -й единицы второй стадии отбора, взятой из i -й единицы первой стадии отбора.

Выборочное среднее арифметическое для единиц первой стадии отбора рассчитывают по следующей формуле:

$$\overline{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_{32}} X_{ij}}{n_{32}}. \quad (22)$$

Общее выборочное среднее арифметическое вычисляют, используя формулу

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{31}} X_i}{n_{31}}. \quad (23)$$

Выборочное среднее квадратичное отклонение между единицами первой стадии отбора находят по следующей формуле:

$$S_{31} = +\sqrt{\frac{n_{33}n_{32} \sum_{i=1}^{n_{31}} (\overline{X}_i - \overline{X})^2}{n_{31} - 1}}. \quad (24)$$

Выборочное среднее квадратичное отклонение между единицами второй стадии отбора определяют по формуле

$$S_{32} = +\sqrt{\frac{n_{33} \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} (X_{ij} - \overline{X}_i)^2}{n_{31}(n_{32} - 1)}}. \quad (25)$$

Выборочное среднее квадратичное отклонение внутри единиц второй стадии отбора рассчитывают по следующей формуле:

$$S_{33} = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} \sum_{v=1}^{n_{33}} (X_{ijv} - \overline{X}_{ij})^2}{n_{31}n_{32}(n_{33} - 1)}}. \quad (26)$$

Среднюю ошибку выборочного среднего арифметического вычисляют по формуле

$$S_r = \frac{S_{31}}{\sqrt{n_{33}n_{32}n_{31}}}. \quad (27)$$

Выборочный коэффициент вариации между единицами первой стадии отбора находят по следующей формуле:

$$V_{31} = \frac{S_{31}}{\bar{X}} 100\%. \quad (28)$$

Выборочный коэффициент вариации между единицами второй стадии отбора определяют по формуле

$$V_{32} = \frac{S_{32}}{\bar{X}} 100\%. \quad (29)$$

Выборочный коэффициент вариации внутри единиц второй стадии отбора рассчитывают по следующей формуле:

$$V_{33} = \frac{S_{33}}{\bar{X}} 100\%. \quad (30)$$

Относительную точность определения выборочного среднего арифметического вычисляют по формуле

$$P_{\gamma} = \frac{S_{r\gamma}}{\bar{X}} 100\%. \quad (31)$$

1.5. Протокол испытаний

Результаты испытаний и расчетов заносят в специально разработанную таблицу.

В таблице также указывают вид испытания, направление приложения нагрузки, температуру и влажность воздуха в лаборатории, породу древесины и сведения об отборе образцов.

Статистическую обработку данных, полученных в ходе проведения испытаний материалов (изделий), и расчет погрешности измерений древесных материалов можно проводить по нижеприведенной методике [42].

Ряд числовых значений, полученных при проведении испытаний (измерений), называют *рядом измерений*, или *статистической совокупностью*.

Среднее арифметическое значение – статистическая характеристика, описывающая одним числом результаты некоторого ряда измерений. Среднее арифметическое значение определяют по формуле

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}, \quad (32)$$

где X_1, X_2, \dots, X_n – результаты отдельных измерений; n – число измерений.

Среднее арифметическое дает представление о среднем значении измеряемой величины, но ее изменчивости, т. е. пределов колебания (варьирования) этой величины, не выражает.

Среднее квадратичное отклонение служит характеристикой средней изменчивости изучаемой величины. Его выражают в тех же единицах, что и среднее арифметическое значение и вычисляют по формуле

$$S = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}, \quad (33)$$

где $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ – сумма квадратов отклонений всех измерений от среднего арифметического; n – число измерений.

Знак «+» или «-» в формуле показывает, что отклонение может быть как в одну, так и в другую сторону от среднего арифметического.

Квадрат среднего квадратичного отклонения S^2 называют *выборочной*, или *эмпирической*, дисперсией.

Как правило, число проводимых измерений ограничено и среднее арифметическое значение \bar{X} отличается от истинного значения X_i i -го определения. В этом случае оценивают величину расхождения $\Delta \tilde{O} = X - \bar{X}$, которая называется *величиной абсолютной погрешности*.

При нормальном распределении случайной величины X погрешность изменяется в пределах: $\bar{X} - \Delta X \leq X \leq \bar{X} + \Delta X$. Интервал от $X - \Delta X$ до $X + \Delta X$ называют *доверительным*. Истинное значение измеряемой величины X попадает в доверительный интервал с некоторой доверительной вероятностью (надежностью) P , выраженной в долях единицы.

Так, если $P = 0,95$, то это означает, что 95% измерений значения \bar{X} будут отличаться от истинного значения X не более чем на ΔX , и лишь для остальных 5% они будут выходить за данный интервал. Соответственно, чем больше доверительная вероятность, тем более широким будет доверительный интервал.

Определение доверительного интервала для измеренного значения X при заданной доверительной вероятности P и числе измерений n проводят по формуле

$$\Delta X = S_n t_\gamma, \quad (34)$$

где S_n – среднее квадратичное отклонение серии измерений; t_γ – коэффициент Стьюдента для значений P и n (квантиль распределения Стьюдента), представленный в табл. П.1.2 (см. на с. 155).

Для характеристики разброса измерений часто используют понятие *размах* (варьирование) R , который представляет собой разность между максимальным и минимальным значениями в ряду измерений:

$$R = X_{\max} - X_{\min}. \quad (35)$$

Размах применяют главным образом при анализе результатов небольшого числа измерений (до 10), чтобы облегчить вычисление среднего квадратичного отклонения:

$$S = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{d}, \quad (36)$$

где d – коэффициент, зависящий от числа измерений (табл. П.1.3).

Таблица П.1.3

Значение коэффициента d

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d	1,13	1,69	2,06	2,33	2,53	2,70	2,85	2,97	3,08

Среднее квадратичное отклонение – одна из наиболее важных статистических характеристик. Однако его абсолютное значение не позволяет сравнить степень изменчивости изучаемого свойства у нескольких групп материалов. Показатель относительной изменчивости называют *коэффициентом вариации* и рассчитывают по следующей формуле:

$$V = \frac{S}{\bar{X}} 100\%. \quad (37)$$

При обработке экспериментальных данных в некоторых случаях отдельные результаты измерений имеют значительно большее отклонение от среднего, чем остальные. В подобных случаях, прежде всего, проверяют, не допущена ли ошибка в процессе экспериментального определения. Если удастся точно установить причину такого отклонения, то результат необходимо исключить из расчетов.

Однако бывают случаи, когда не получается выявить причину значительного отклонения числа, а подозрения в его ошибочности остаются. В таком случае проверяют принадлежность подозреваемого

числа к исследуемому статистическому ряду. В стандартах эта операция называется *проверкой аномальности*. Результаты испытаний принимают аномальными и не учитывают в дальнейших расчетах, если величина T_k , определяемая по формуле $T_k = (X - \bar{X})/S$, не превышает допустимых значений, указанных в табл. П.1.4.

Таблица П.1.4

Допустимое значение величины T_k

Число результатов испытаний	3	4	5	6	7	8	9	10
T_k	1,15	1,46	1,67	1,82	1,94	2,03	2,11	2,18

При наличии в ряду измерений двух подозреваемых в грубой ошибочности чисел первоначально проверку делают для более резко отклоняющегося значения и уже после исключения его – для второго.