

## Поперечный изгиб

На рисунке [таблица 3.3-1] изображена балка. Размеры балки, а также значение внешнего силового фактора известны [из таблицы 3.3 необходимо взять значение только того силового фактора, который показан на рисунке];  $L=1,5a$ .

Требуется из условия прочности подобрать поперечное сечение в виде [см. справочные таблицы в конце документа]:

- а) круга;
- б) прямоугольника с соотношением сторон 2:1;
- в) двутавра.

Материал балки – сталь Ст3,  $[\sigma] = 160$  МПа.

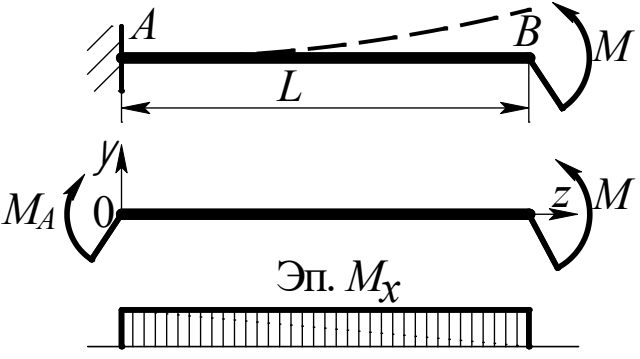
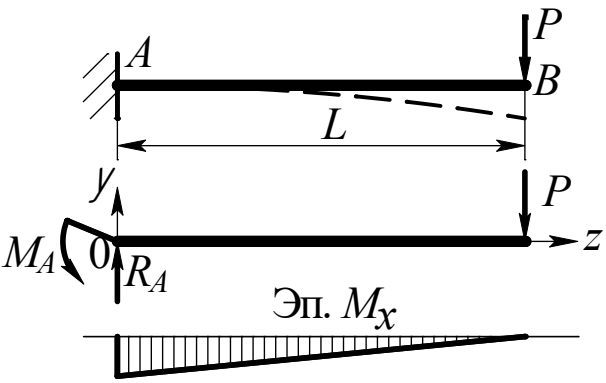
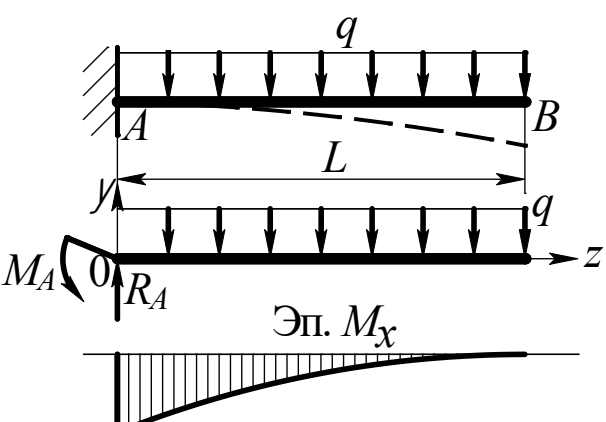
Сделать вывод, какое из сечений будет более рациональным с точки зрения материалоемкости.

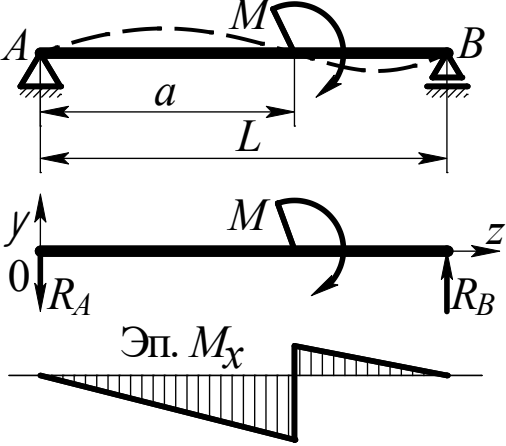
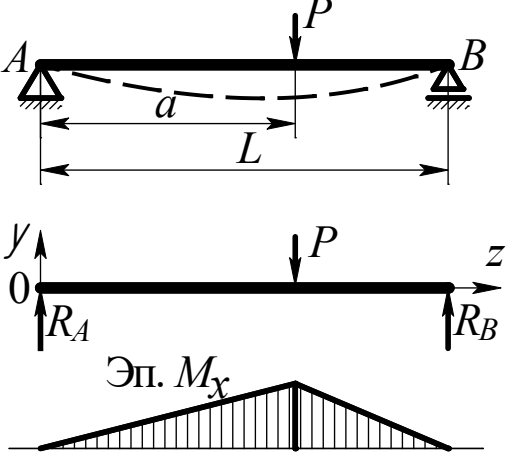
Таблица 3.3

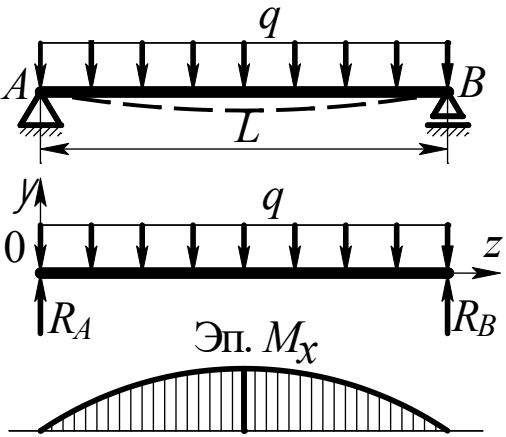
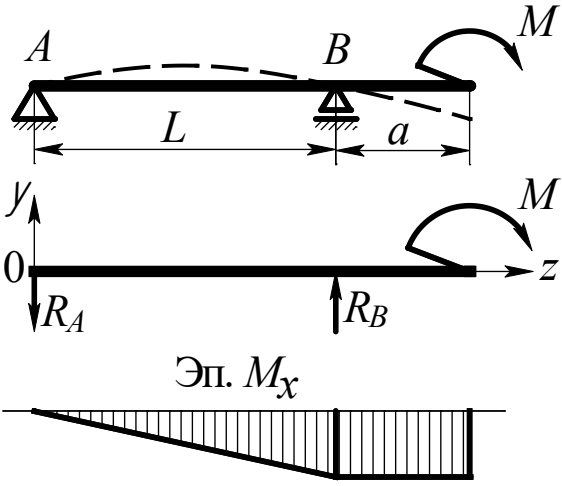
## Поперечный изгиб

номер строки	a, м	P, кН			q, кН/м		M, кН·м	
1	1	20	–	–	10	–	24	–
2	1,5	–	20	–	–	10	–	20
3	2	–	–	30	10	–	36	–
4	1	20	–	–	–	10	–	30
5	1,5	–	20	–	10	–	36	–
6	2	–	–	20	–	10	–	24
7	1	30	–	–	–	20	40	–
8	1,5	–	20	–	10	–	–	30
9	2	–	–	20	–	10	24	–
10	1	30	–	–	15	–	–	40
11	1,5	–	30	–	–	10	36	–
12	2	–	–	30	10	–	–	40
13	1	20	–	–	10	–	30	–
14	1,5	–	30	–	–	10	–	36
15	2	–	–	20	15	–	30	–
16	1	30	–	–	–	15	–	40
17	1,5	–	20	–	10	–	24	–
18	2	–	–	20	–	10	–	27
19	1	20	–	–	–	15	40	–
20	1,5	–	20	–	10	–	–	10
21	2	10	–	–	20	–	–	6
22	1	–	10	–	–	20	15	–
23	1,5	–	–	10	5	–	–	10
24	2	15	–	–	24	–	20	–
25	1	–	15	–	–	10	–	20
26	1,5	–	–	15	5	–	30	–
27	2	25	–	–	–	8	–	15
28	1	–	25	–	8	–	20	–
29	1,5	–	–	25	–	10	–	10
30	2	25	–	–	10	–	30	–

Таблица 3.3-1

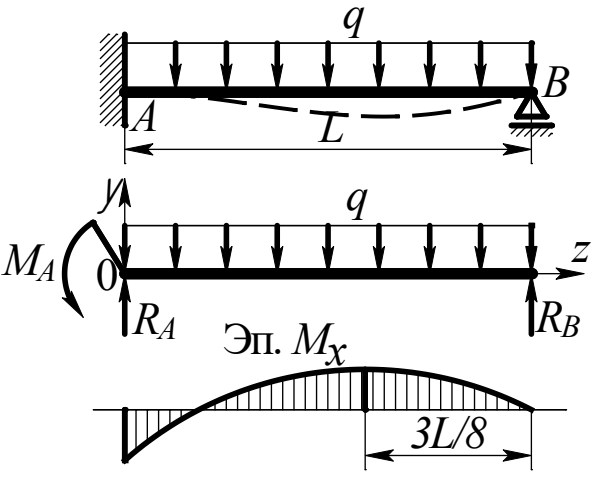
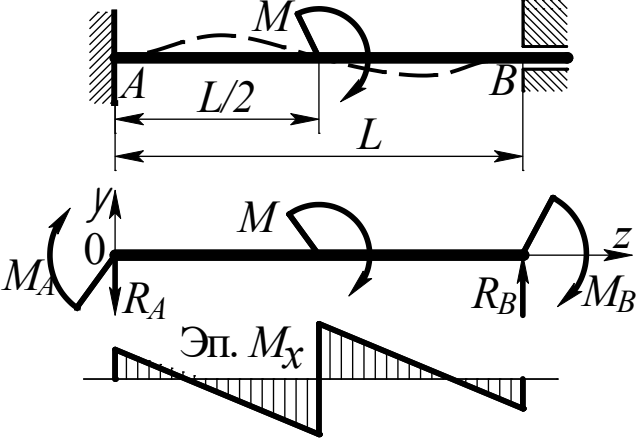
Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
1		$M_A = M$	$M_x = M;$ $M_{x \max} = M$
2		$R_A = P$ $M_A = PL$	$M_x = P(z-L)$ $M_{x \max} = PL$
3		$R_A = qL$ $M_A = \frac{1}{2} qL^2$	$M_x = q \left( Lz - \frac{L^2 + z^2}{2} \right)$ $M_{x \max} = \frac{1}{2} qL^2$

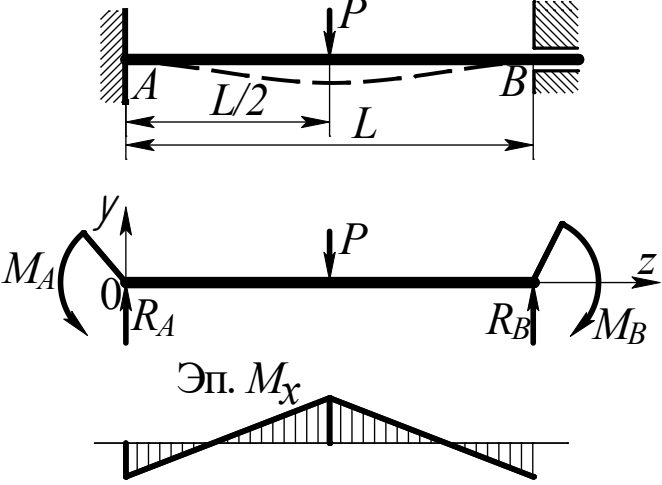
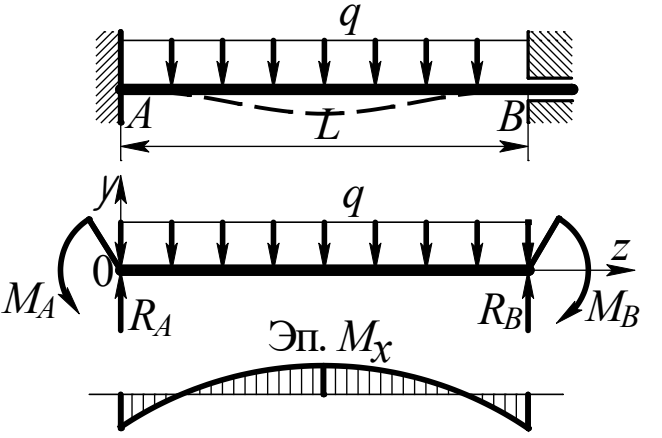
Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
4		$R_A = R_B = M/L$	$M_x = -M \frac{z}{L} \quad \text{при} \quad (0 \leq z < a)$ $M_x = M \left(1 - \frac{z}{L}\right) \quad \text{при} \quad (a \leq z < L)$ $M_{x \max} = \frac{M}{2}, \quad \text{если} \quad a = L/2$
5		$R_A = P \frac{L-a}{L}$ $R_B = P \frac{a}{L}$	$M_x = P(L-a) \frac{z}{L} \quad \text{при} \quad (0 \leq z < a)$ $M_x = P(L-a) \frac{z}{L} - P(z-a) \quad \text{при} \quad (a \leq z < L)$ $M_{x \max} = \frac{PL}{4}, \quad \text{если} \quad a = L/2$

Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
6		$R_A = R_B = \frac{1}{2}qL$	$M_x = \frac{1}{2}qz(L - z)$ $M_{x\max} = \frac{1}{8}qL^2$
7		$R_A = R_B = M/L$	$M_x = -M \frac{z}{L} \quad \text{при} \quad (0 \leq z < L)$ $M_x = -M \quad \text{при} \quad (L \leq z < L + a)$ $M_{x\max} = M$

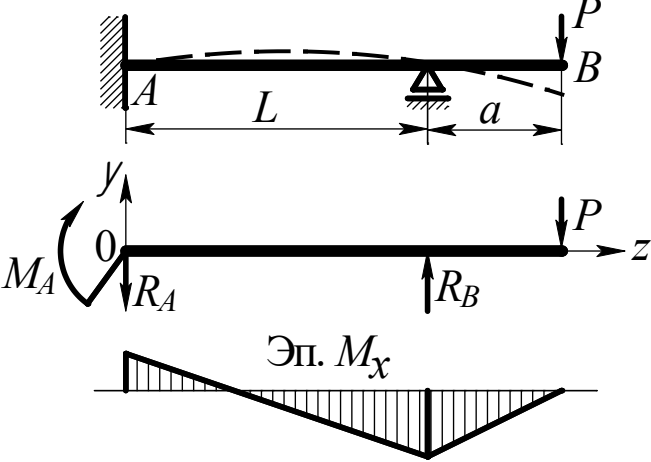
Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
8		$R_A = P \frac{a}{L}$ $R_B = P \frac{a + L}{L}$	$M_x = -P \frac{az}{L} \quad \text{при} \quad (0 \leq z < L)$ $M_x = -P(L + a - z) \quad \text{при} \quad (L \leq z < L + a)$ $M_{x \max} = Pa$
9		$R_A = \frac{qa^2}{2L}$ $R_B = q \left( \frac{2a^2}{L} + a \right)$	$M_x = -q \frac{a^2 z}{2L} \quad \text{при} \quad (0 \leq z < L)$ $M_x = -\frac{1}{2} q (L + a - z)^2 \quad \text{при} \quad (L \leq z < L + a)$ $M_{x \max} = \frac{1}{2} qa^2$

Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
10		$R_A = R_B = \frac{3Ma(2L - a)}{2L^3}$ $M_A = M \left( \frac{3a}{L} - \frac{3a^2}{2L^2} - 1 \right)$	$M_x = -R_A z + M_A \quad \text{при} \quad (0 \leq z < a)$ $M_x = -R_A z + M_A + M \quad \text{при} \quad (a \leq z < L)$ $M_{x \max} = M, \text{ если } a = L$
11		$R_A = (11/16)P$ $R_B = (5/16)P$ $M_A = (3/16)PL$	$M_x = P \frac{11z - 3L}{16} \quad \text{при} \quad (0 \leq z < L/2)$ $M_x = \frac{5}{16}P(L - z) \quad \text{при} \quad (L/2 \leq z < L)$ $M_{x \max} = \frac{3}{16}PL$

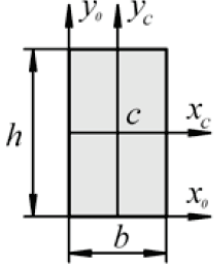
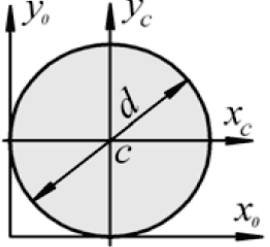
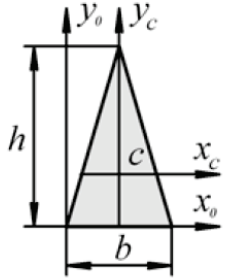
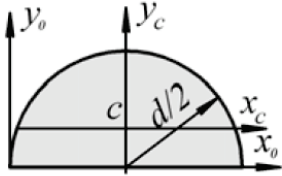
Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
12		$R_A = (5/8)qL$ $R_B = (3/8)qL$ $M_A = (1/8)qL^2$	$M_x = qL \left( \frac{5z}{8} - \frac{L}{8} - \frac{z^2}{2L} \right)$ $M_{x\max} = \frac{1}{8}qL^2$
13		$R_A = R_B = \frac{3M}{2L}$ $M_A = M_B = \frac{M}{4}$	$M_x = \frac{M}{4} \left( 1 - \frac{6z}{L} \right) \text{ при } (0 \leq z < L/2)$ $M_x = \frac{M}{4} \left( 5 - \frac{6z}{L} \right) \text{ при } (L/2 \leq z < L)$ $M_{x\max} = \frac{M}{2}$

Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
14		$R_A = R_B = (1/2)P$ $M_A = M_B = (1/8)PL$	$M_x = P \left( \frac{z}{2} - \frac{L}{8} \right) \quad \text{при} \quad (0 \leq z < L/2)$ $M_x = P \left( \frac{L-z}{2} - \frac{L}{8} \right) \quad \text{при} \quad (L/2 \leq z < L)$ $M_{x \max} = \frac{1}{8}PL$
15		$R_A = R_B = \frac{qL}{2}$ $M_A = M_B = \frac{qL^2}{12}$	$M_x = \frac{qL^2}{2} \left( \frac{z}{L} - \frac{1}{6} - \frac{z^2}{L^2} \right)$ $M_{x \max} = \frac{qL^2}{12}$

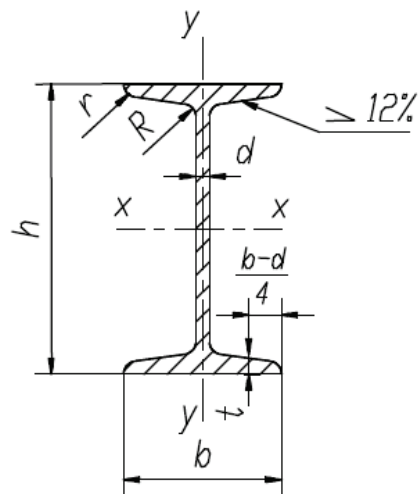


Схе- ма	Схема закрепления балки, форма упругой линии, эпюра изгибающих моментов	Реактивные силы и моменты опор	Изгибающий момент в произвольном сечении, наибольший изгибающий момент
16		$R_A = \frac{3Pa}{2L}$ $R_B = \frac{P(2L + 3a)}{2L}$ $M_A = \frac{Pa}{2}$	$M_x = \frac{Pa}{2} \left( 1 - 3 \frac{z}{L} \right) \quad \text{при } (0 \leq z < L)$ $M_x = -P(L + a - z) \quad \text{при } (L \leq z < L + a)$ $M_{x \max} = Pa$

### Геометрические характеристики простых сечений

Форма сечения	Площадь	Коорд. центра тяжести	$I_x$	$I_y$	$W_x$	$W_y$
1	2	3	4	5	6	7
	$A = bh$	$x_c = \frac{b}{2},$ $y_c = \frac{h}{2}$	$I_{x_c} = \frac{bh^3}{12}$	$I_{y_c} = \frac{b^3h}{12}$	$W_x = \frac{bh^2}{6}$	$W_y = \frac{b^2h}{6}$
	$A = \frac{\pi d^2}{4}$	$x_c = y_c = \frac{d}{2}$	$I_{x_c} = \frac{\pi d^4}{64}$	$I_{y_c} = \frac{\pi d^4}{64}$	$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$	$W_y = \frac{\pi d^3}{32}$
	$A = \frac{1}{2}bh$	$x_c = \frac{b}{2},$ $y_c = \frac{h}{3}$	$I_{x_c} = \frac{bh^3}{36}$	$I_{y_c} = \frac{b^3h}{48}$	$W_x = \frac{bh^2}{24}$	$W_y = \frac{b^2h}{24}$
	$A = \frac{\pi d^2}{8}$	$x_c = \frac{d}{2},$ $y_c = \frac{2d}{3\pi}$	$I_{x_c} = 0,00686d^4$	$I_{y_c} = \frac{\pi d^4}{128}$	$W_x = 0,02384d^3$	$W_y = \frac{\pi d^3}{64}$

## СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ



### Балки двутавровые (по ГОСТ 8239 – 89)

Обозначения:

$h$  – высота балки;  
 $b$  – ширина полки;  
 $d$  – толщина стенки;  
 $t$  – средняя толщина полки;

$J$  – момент инерции;  
 $W$  – момент сопротивления;  
 $i$  – радиус инерции;  
 $S$  – статический момент полусечения.

Номер двутавра	Размеры						Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	$h$	$b$	$d$	$t$	$R$	$r$			$X - X$				$Y - Y$		
					не более				$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
мм															
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54